

Eidgenössische Finanzverwaltung, Bundesgasse 3, CH-3003 Bern
Administration fédérale des finances, Bundesgasse 3, CH-3003 Berne
Amministrazione federale delle finanze, Bundesgasse 3, CH-3003 Berna
Swiss Federal Finance Administration, Bundesgasse 3, CH-3003 Bern

Doc. No.: ÖT/2003/2

Auteur: P.-A. Bruchez

Réexamen du calcul du coefficient k

Working Paper – 18 août 2003

Les travaux du groupe des économistes de l'AFF ne reflètent pas nécessairement la position de l'Administration, du Département ni du Conseil Fédéral. Les auteurs sont responsables d'éventuelles erreurs que leurs travaux pourraient contenir.

Résumé

Le problème

Le mécanisme du frein à l'endettement vise à stabiliser la dette tout en évitant de mener une politique budgétaire procyclique. La prise en compte de la situation conjoncturelle se fait au travers d'un coefficient, appelé le coefficient k. La loi indique que le plafond des dépenses est égal au coefficient k (égal au rapport entre le PIB trend et le PIB) multiplié par les recettes prévues.

A l'occasion de la préparation du budget 2003 des interrogations ont surgi sur le mode de calcul du plafond des dépenses. La question a été posée de savoir s'il convient d'augmenter la sensibilité du coefficient k aux fluctuations conjoncturelles¹.

La sensibilité à la conjoncture n'est toutefois pas le seul critère auquel doit satisfaire le coefficient k. Les autres principaux critères sont les suivants : i) le niveau moyen du coefficient k doit être compatible avec l'objectif premier du mécanisme du frein à l'endettement qui consiste à obtenir un budget équilibré sur le moyen terme; ii) le mécanisme du frein à l'endettement ne devrait pas comporter de degré de liberté permettant d'influencer chaque année ses exigences. Il doit être transparent (chacun doit pouvoir reproduire les calculs), et si possible simple.

Nous verrons que la façon dont le PIB trend est actuellement calculé rend effectivement le coefficient k artificiellement trop peu sensible à la conjoncture. Le présent document propose une amélioration.

¹ Le Conseil fédéral a décidé que « Das EFD wird [...] die Eigenschaften des k-Faktors aufgrund der konkreten Erfahrungen und Beobachtung nochmals einer Analyse unterziehen. Namentlich wird der Frage nachgegangen, ob grössere Ausschläge im k-Faktor sachgerechter wären. » [Weisungen des Bundesrates für den Voranschlag 2004, den Personalvoranschlag 2004 sowie den Legislaturfinanzplan 2005-2007. (du 26 février 2003)].

Modifier le calcul du coefficient k ne constitue au mieux qu'une partie de la solution

Les variations des recettes d'une année à l'autre sont parfois si importantes que, même lorsqu'elles sont transitoires, elles ne peuvent pas toujours être entièrement attribuées à la conjoncture. Une modification du coefficient k ne peut donc constituer au mieux qu'une partie de la solution recherchée.

De plus, contrairement à ce qui était prévu, le déficit structurel n'était pas nul lors de l'introduction du mécanisme du frein à l'endettement. Il ne serait pas raisonnable de vouloir éliminer en une seule année ce déficit qui s'est creusé en plusieurs années. C'est pourquoi le Département des finances propose de réduire ce déficit structurel initial sur plusieurs années.

Le présent document n'examine que des alternatives n'impliquant pas une modification de la loi

La procédure actuelle du calcul du coefficient k consiste à utiliser la formule HP (filtre HP, de Hodrick et Prescott) avec paramètre $\lambda=100$ pour calculer le PIB trend de l'an t en fonction des PIB de 1980² à l'an t+3. D'un point de vue scientifique, d'autres méthodes de calcul peuvent également être justifiées. Notre étude s'est concentrée sur les méthodes qui n'utilisent pas d'autres données que le PIB pour calculer le PIB trend³ et qui n'impliquent pas une modification de la loi⁴. Dans ce cadre, nous avons envisagé diverses variantes.

² Si $\lambda=100$, choisir un autre début d'intervalle que l'an 1980 n'entraîne pas de modification sensible du coefficient k tant que la longueur de l'intervalle est supérieure à 20 ans.

³ KOF par contre a étudié l'opportunité de calculer le coefficient k avec une fonction de production. Voir : Schips & all (2003).

⁴ Nous n'envisageons donc pas la possibilité d'utiliser k^ε (où ε représente une élasticité) au lieu de k. On peut toutefois démontrer que le filtre HP modifié que nous proposons est approximativement équivalent à conserver le filtre HP et à choisir $\varepsilon=1.43$ (l'alternative que nous proposons ne se limite cependant pas à utiliser le HP modifié à la place du HP, mais comporte également d'autres modifications).

Nous recommandons une légère modification du calcul du coefficient k

Il est possible de rendre le coefficient k plus sensible à la conjoncture, et d'éviter de tenir compte de prévisions portant sur des PIB ultérieurs à la date pour laquelle le coefficient k est calculé (par exemple, prévisions des PIB jusqu'en 2007 pour le calcul du coefficient k en 2004) qui sont entachées d'une large incertitude.

Ces prévisions étaient incluses pour réduire le problème connu du « end-point bias » du filtre HP⁵ : la dernière donnée de PIB a un impact exagéré sur le trend. Grâce à la prise en compte des prévisions, la date pour laquelle le trend est calculé ne se trouve plus à l'extrémité de l'intervalle. Renoncer à ces prévisions exige donc de trouver une autre façon d'atténuer ce problème. Dans ce but, nous avons développé une version modifiée du filtre HP (il serait facile de mettre à disposition du public les outils pour utiliser cette nouvelle formule). Par ailleurs, nous proposons d'appliquer le filtre sur $\ln(\text{PIB})$ (et d'en déduire le trend pour le PIB) plutôt que de l'appliquer directement sur le PIB. Ceci se justifie si le PIB augmente de façon exponentielle (comme ce serait par exemple le cas avec un taux de croissance annuel constant).

En résumé, dans le cadre que nous nous sommes fixé (pas de changement de la loi, calcul du trend du PIB uniquement sur la base de données de PIB), la meilleure alternative à la méthode actuelle de calcul du coefficient $k(t)$ nous paraît être d'effectuer les trois modifications suivantes :

- i) Application du filtre sur un intervalle (de longueur constante) finissant en t au lieu de $t+3$,
- ii) Utilisation du filtre HP modifié au lieu du HP habituel,

⁵ La méthode habituelle consiste toutefois à étendre la série par une méthode d'extrapolation sophistiquée plutôt que par une prévision fondée sur des avis d'experts (comme nous le faisons actuellement). Nous n'avons pas étudié ces méthodes d'extrapolation, car i) disposer de plusieurs valeurs pour les prévisions serait susceptible de poser des problèmes de communication et ii) les avis d'experts présentent l'avantage de pouvoir tenir compte d'événements nouveaux avant qu'ils aient leur premier impact sur le PIB.

iii) Application du filtre sur $\ln(\text{PIB})$ au lieu du PIB.

Le coefficient k calculé avec cette alternative présente l'avantage d'être plus sensible à la conjoncture, alors que la méthode actuelle est (artificiellement) trop peu sensible. De plus, ces modifications présentent l'avantage de rendre généralement (mais pas toujours) l'évolution temporelle du coefficient k plus conforme à l'intuition (ainsi, le point culminant de la récession des années 90 se situe en 1995 selon la nouvelle méthode de calcul contre 1998 avec la méthode actuelle). De plus, l'alternative permet de réduire l'utilisation de prévisions (le calcul du coefficient k au temps t ne nécessite pas d'information sur des données postérieures à t) qui comportent une part d'arbitraire, alors qu'elles jouent un rôle important avec la méthode actuelle.

Sur d'autres points, l'avantage de l'alternative est plus ambigu, voire contestable (il n'existe pas de solution qui l'emporte sur tous les critères).

i) Situation en 2004.

Selon la nouvelle méthode de calcul proposée, la situation conjoncturelle pour 2004 n'est pas jugée aussi mauvaise qu'avec la méthode actuelle⁶, ce qui conduit à exiger pour 2004 une économie supplémentaire de 131 millions. Toutefois, ce chiffre est calculé sur la base des prévisions qui étaient actuelles au moment de l'étude (juin 2003), et serait revu à la baisse avec des prévisions plus pessimistes.

ii) Ex-post versus ex-ante.

Il est vraisemblable que l'écart entre le coefficient k calculé pour le budget et celui que l'on pourrait calculer avec un recul de vingt ans soit plus grand avec l'alternative qu'avec la méthode actuelle⁷.

⁶ Il semble impossible d'augmenter le coefficient k pour 2004 sans utiliser une valeur de λ supérieure à ce que l'on trouve habituellement dans la littérature (λ est le plus souvent ≤ 100), et que nous avons pour cette raison exclue.

⁷ Remerciements au professeur Yvan Lengwiler qui a attiré notre attention sur ce point.

iii) Révision des données.

En cours d'élaboration du budget certaines révisions des données de PIB ont lieu. Il est naturel de penser qu'elles devraient peu modifier le plafond des dépenses (si ces révisions reflètent essentiellement un changement conjoncturel). L'alternative présente l'inconvénient de conduire à des révisions du plafond des dépenses plus fortes qu'avec la méthode actuelle lorsque seules des données concernant le passé (seco/BFS) sont révisées. Toutefois, ce cas est exceptionnel (en principe une révision du niveau de PIB du passé entraîne une révision des prévisions des niveaux de PIB futurs). Sauf cette exception, l'alternative présente l'avantage de conduire généralement à des révisions du plafond des dépenses plus faibles qu'avec la méthode actuelle.

iv) Simplicité

L'utilisation du filtre HP est très simple : certains softwares ont une fonction qui effectue ce calcul. L'utilisation du filtre modifié reste simple, dans le sens qu'il serait facile de mettre à disposition un add-in excel ou un programme d'un logiciel statistique (par exemple Eviews) pour effectuer ce calcul.

Globalement, nous considérons que les avantages de l'alternative proposée l'emportent sur ses inconvénients. C'est pourquoi nous recommandons cette modification.

1. Introduction

Le budget 2003 était le premier à être soumis à la règle du frein à l'endettement récemment adoptée par le peuple. Cette règle vise à stabiliser la dette⁸ tout en laissant jouer les stabilisateurs automatiques.

A l'occasion de la préparation du budget 2003 (qui a commencé en décembre 2001) des interrogations ont surgi sur le mode de calcul du plafond des dépenses⁹. La révision des estimations pour les PIB de 2002 à 2006 a entraîné une importante modification du trend du PIB. Cette forte sensibilité fut une surprise car on s'attendait à ce que le trend soit plutôt stable. La surprise était d'autant plus désagréable que le PIB trend avait tendance à s'aligner sur les nouvelles valeurs du PIB, par conséquent le coefficient k variait peu, ce qui conduisait à traiter le choc comme largement structurel (n'autorisant donc pas un déficit) alors que l'intuition courante considérait ce choc comme plutôt conjoncturel.

Suite à cette première expérience, le mandat a été confié à l'équipe des économistes de l'AFF de réexaminer le mécanisme du frein à l'endettement¹⁰. Le présent document se concentre sur le calcul du coefficient k , c'est-à-dire fondamentalement, sur le calcul du trend du PIB (d'autres travaux examinent comment les recettes fiscales varient en fonction du PIB, ou s'il est même préférable de se baser directement sur les données de recettes fiscales structurelles sans tenir compte du PIB).

Il existe plusieurs façons de calculer le trend du PIB. Le présent document n'envisage que les méthodes qui ne nécessitent pas une modification de la

⁸ Il s'agit plus précisément de la partie de la dette qui est due aux déséquilibres du compte financier. La dette brute de la Confédération selon le bilan tient compte encore d'autres éléments, tels que le financement des caisses de pension de la Confédération et de la Poste.

⁹ Citons par ailleurs quelques travaux effectués à l'extérieur de l'Administration fédérale des finances qui présentent une analyse critique du mécanisme du frein à l'endettement : Ammann (2002), Colombier & Frick (2000), Danninger (2001), Lengwiler (2001), Litschig (2002), OECD (2002).

¹⁰ Pour une synthèse des travaux effectués dans ce cadre par l'Administration fédérale des finances, consulter Colombier (2003b).

constitution ou de la loi. De plus, nous nous concentrons sur les méthodes qui consistent à calculer le trend de PIB en se basant uniquement sur les données de PIB. La méthode actuellement utilisée est de ce type. Les approches plus complexes qui calculent le trend du PIB en tenant compte d'autres variables (par exemple l'inflation ou le niveau d'utilisation des facteurs de production) ne seront pas discutées ici. Nous n'examinerons donc pas les méthodes fondées sur la fonction de production¹¹, ni le filtre HP multivarié.

La sensibilité à la conjoncture n'est pas le seul critère auquel doit satisfaire le coefficient k . Les autres principaux critères sont les suivants¹² : i) le niveau moyen du coefficient k doit être compatible avec l'objectif premier du mécanisme du frein à l'endettement qui consiste à obtenir un budget équilibré sur le moyen terme; ii) le mécanisme du frein à l'endettement ne doit pas comporter de degré de liberté permettant d'influencer chaque année ses exigences. Il doit être transparent (chacun doit pouvoir reproduire les calculs), et si possible simple.

La section 2 présente le mode de calcul actuel du coefficient k et le problème des extrémités qui rend ce coefficient k insuffisamment sensible à la conjoncture. Le reste du papier explore des modifications du mode de calcul du coefficient k susceptibles de réduire ce problème. Les modifications les plus légères, celles qui conservent le filtre HP mais en changeant les paramètres et le mode d'application, seront discutées en premier (sections 3 à 6). Dans chaque section sont présentés les raisons du choix actuel, puis les arguments en faveur d'une modification, la sensibilité du coefficient k à une éventuelle modification, et finalement une recommandation sur l'opportunité de conserver le choix actuel ou au contraire de le modifier. La section 3 examine le choix du « smoothing parameter » λ et propose de conserver $\lambda=100$. La section 4 propose de ne plus prolonger la série avec les prévisions du plan financier. La section 5 discute le choix de la longueur

¹¹ Un mandat a été confié à KOF pour étudier l'opportunité de calculer le coefficient k par une fonction de production. Il ressort de leur rapport que cette voie n'est pas praticable. Voir: Schips & all. (2003)

¹² Il y a encore d'autres critères concernant par exemple la révision des données. Voir section 8.

de l'intervalle (mobile) sur lequel le filtre est appliqué. La section 6 propose d'appliquer le filtre sur les données de log(PIB) plutôt que PIB. La section 7 présente une modification plus complexe, qui ne consiste pas simplement à varier les paramètres du filtre HP, mais à modifier (légèrement) ce filtre afin de réduire le problème des extrémités sans rallonger la série par des prévisions (puisqu'en section 4 nous proposons de ne plus prolonger la série). L'alternative qui cumule toutes les modifications proposées précédemment est discutée et recommandée en section 8. La section 9 présente les conclusions.

2. Le mode de calcul actuel

Le mode de calcul actuel du plafond des dépenses et du coefficient k est d'abord rappelé (§2.1). Puis le problème des extrémités du filtre HP est présenté (§2.2). Finalement, les paramètres du filtre HP (sur lesquels nous jouerons dans les sections 3 à 6) sont décrits (§2.3).

2.1. Calcul du plafond des dépenses

Un plafond des dépenses est calculé qui devrait être indépendant de la conjoncture et dont la moyenne sur le moyen terme devrait être égale à la moyenne des recettes. Ce plafond des dépenses pour l'année t est actuellement calculé de la façon suivante: le plafond des dépenses est égal aux recettes prévues en t corrigées par un facteur k défini comme le rapport entre le trend du PIB réel en t et le PIB réel prévu en t . Le trend du PIB est calculé avec un filtre HP de « smoothing parameter » $\lambda=100$, appliqué sur la série annuelle de PIB allant de 1980 à $t+3$ (par exemple : de 1980 à 2006 pour le calcul du PIB trend de 2003). Les données de PIB des années $t+1$ à $t+3$ sont bien sûr des prévisions¹³ (plan financier). Même le PIB en t est une prévision lorsque l'on commence en $t-1$ à calculer le budget. Les données jusqu'à $t-4$ sont des estimations provisoires susceptibles d'être révisées (estimations du

¹³ Il s'agit plutôt d'hypothèses que de prévisions.

seco pour t-1 et t-2, chiffres provisoires de l'Office des statistiques pour t-3 et t-4).

2.2. Le filtre HP et le problème des extrémités

Le filtre HP a été retenu parce que c'est un outil standard utilisé dans la littérature pour distinguer le trend des fluctuations conjoncturelles.

Ce filtre souffre toutefois de certaines faiblesses. En particulier, il est bien connu que les données se trouvant à l'extrémité de la série sur laquelle le filtre est appliqué ont une influence exagérée sur le trend. Ceci n'est guère gênant si le filtre est utilisé pour étudier les caractéristiques des fluctuations conjoncturelles (il suffit alors de ne pas tenir compte des valeurs proches du début et de la fin de la série). Dans notre contexte, cette faiblesse est par contre très pénalisante, car nous nous intéressons précisément au trend actuel. Si le PIB actuel attire trop le trend vers lui cela signifie que la composante conjoncturelle est sous-estimée et donc que l'on tend à être insuffisamment anticyclique. La façon habituelle de résoudre ce problème des extrémités consiste à étendre la série avec des prévisions de sorte que la date qui nous intéresse ne se trouve plus à l'extrémité de la série.

D'autres faiblesses ont été relevées, au point que Baxter & King (1995) ont développé un filtre alternatif (qui ne se comporte toutefois pas mieux aux extrémités). Le filtre HP reste pourtant une référence.

En section 7 une modification du filtre HP est proposée pour réduire le problème des extrémités sans étendre la série.

2.3. Les paramètres du filtre HP

Le « smoothing parameter » λ est le paramètre le plus explicite. Il doit son nom au fait que plus sa valeur est élevée, plus le trend calculé ex-post devient rectiligne. Si $\lambda=0$, le trend est chaque année égal au PIB effectif: il n'y a jamais de déviation conjoncturelle (autrement dit, le trend est infiniment sensible à la conjoncture). Si $\lambda=\text{infini}$, le trend (ex-post) est une droite qui est en fait

identique à la droite obtenue par une régression selon la méthode des moindres carrés. A priori, ceci suggère qu'augmenter λ permettrait de rendre le trend moins sensible à la conjoncture et donc d'obtenir un coefficient k plus sensible (discussion en section 3).

Un second choix concerne l'intervalle (mobile) sur lequel le filtre est appliqué. Il faut choisir la fin de l'intervalle. En particulier, il convient de voir dans quelle mesure il est souhaitable de tenir compte des prévisions de PIB du plan financier (discussion en section 4). Il faut aussi choisir le début de cet intervalle ou ce qui est équivalent sa longueur (discussion en section 5).

La méthode pour effectuer les prévisions constitue en principe un autre degré de liberté (hautement discrétionnaire en l'absence de restrictions, car, contrairement au « smoothing parameter » λ qui est choisi une fois pour toute, les prévisions peuvent être ajustées chaque année), il est toutefois limité par le fait que le Département des finances reprendra les prévisions du groupe d'experts. Nous n'étudierons pas la possibilité d'améliorer les prévisions.

Le filtre peut être appliqué sur le PIB ou sur le $\ln(\text{PIB})$ (discussion en section 6). Une option supplémentaire consisterait à examiner l'impact qu'aurait le choix d'appliquer le filtre aux données trimestrielles plutôt qu'annuelles, mais pour des raisons de temps nous ne discuterons pas ce point.

3. Le choix du smoothing parameter λ

Le §3.1 présente les raisons pour lesquelles la valeur 100 a été choisie pour λ . Le §3.2 discute les arguments pour une augmentation de cette valeur. Le §3.3 Montre que la valeur de λ n'a souvent que peu d'influence sur le coefficient k (pour autant qu'elle soit supérieure à 100), mais peut parfois avoir une importance considérable. Le §3.4 propose de conserver $\lambda=100$.

3.1. Les raisons du choix actuel $\lambda=100$

La valeur $\lambda=100$ a été retenue parce qu'elle est très souvent utilisée dans la littérature. Cette valeur n'est toutefois pas incontestée. Des valeurs inférieures à 10 ont souvent été proposées¹⁴, alors que l'on trouve rarement des valeurs supérieures à 100.

3.2. Arguments en faveur d'une modification

Deux raisons peuvent motiver une remise en question de la valeur de λ .

Premièrement, il est légitime de se demander si la valeur $\lambda=100$ tirée de la littérature est valable pour la Suisse. Toutefois, il n'est pas facile de déterminer λ (voir annexe A1). Il paraît donc sage de s'en tenir à un standard.

Deuxièmement, il pourrait être légitime de s'écarter de ce standard si cela permettait de réduire le problème des extrémités. L'intuition selon laquelle augmenter λ permettrait de réduire l'impact exagéré de la dernière donnée sur le trend provient d'un constat simple : plus λ est grand, plus le trend calculé ex-post se rapproche d'une droite, ce qui le rend moins sensible à la conjoncture (et le coefficient k calculé avec ce trend serait donc plus sensible à la conjoncture). Il y a toutefois plusieurs problèmes avec cet argument.

D'abord cet argument est basé sur une application ex-post du filtre (par exemple le trend de toutes les années comprises entre 1980 et 2000 est calculé en appliquant le filtre sur l'intervalle [1980;2000] ce qui suppose que les données jusqu'en l'an 2000 soient connues pour calculer par exemple le trend en 1990, d'où le terme « ex-post ») alors que dans notre contexte le filtre est appliqué récursivement sur un intervalle mobile (actuellement pour calculer le trend au temps t le filtre est appliqué sur l'intervalle [1980; $t+3$]). Or, même avec $\lambda=\text{infini}$, le trend calculé récursivement n'est pas une droite.

¹⁴ Comme nous l'indiquons en annexe, ces valeurs sont obtenues par un raisonnement d'analyse spectrale utilisé pour une application ex-post du filtre. Ce raisonnement donnerait une valeur plus élevée, compatible avec $\lambda=100$, pour une application récursive.

Ensuite, augmenter λ reviendrait à modifier globalement le filtre, alors que le problème ne touche que les extrémités. Il est donc à craindre que le remède ne soit pas adapté.

Finalement, comme cela a déjà été mentionné, il est rare qu'une valeur de λ supérieure à 100 soit citée dans la littérature.

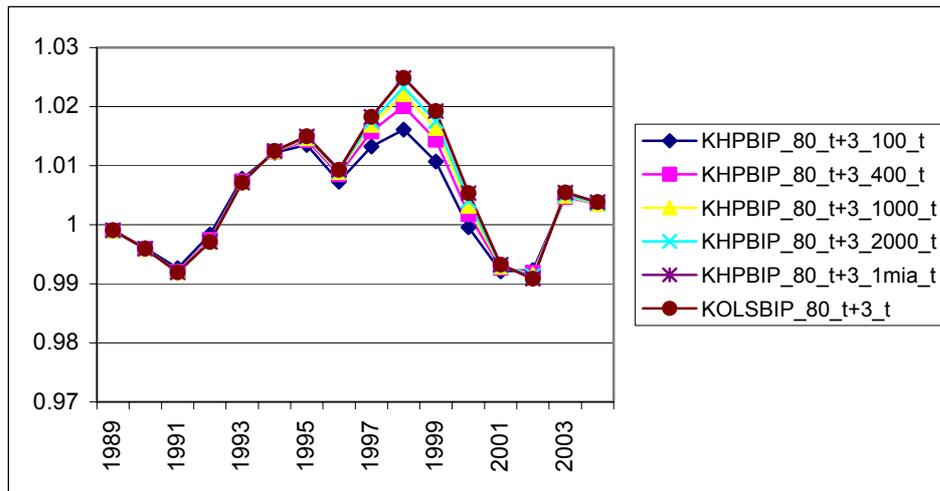
L'idée d'augmenter λ n'est donc pas aussi prometteuse qu'elle peut le sembler à priori.

3.3. Sensibilité du coefficient k au choix de λ

Examinons comment le coefficient k aurait évolué dans le passé en appliquant de manière récursive la méthode actuelle ainsi que des variantes (l'hypothèse implicite est que les prévisions de PIB auraient été les mêmes dans le passé si l'on avait mis en place le mécanisme du frein à l'endettement). Le graphique suivant¹⁵ donne les coefficients k obtenus par la méthode habituelle, mais avec différentes valeurs pour λ ¹⁶ (nous ne considérons que des alternatives $\lambda > 100$).

¹⁵ Calculs fondés sur la base de données de Geier (2003) qui indique notamment les estimations et prévisions effectuées dans le passé. Remarque: pour 2004 les dernières estimations disponibles ont été indiquées à la place des données qui ne seront connues qu'en 2004.

¹⁶ La nomenclature des courbes peut être décrite par l'exemple suivant: « KHPBIP_80_t+3_100_t » signifie: le coefficient k(t) calculé avec le filtre HP appliqué récursivement sur le PIB de 1980 à t+3 avec $\lambda=100$, en se basant sur les données et prévisions connues en l'an t.



La courbe pour $\lambda=1mia$ ne se voit pas car elle est égale à la courbe calculée avec les moindres carrés (OLS) qui correspond à $\lambda=\infty$. Notons que la courbe (récursivement) calculée avec OLS n'est pas une droite.

Deux éléments sont particulièrement frappants sur ce graphique : i) le plus souvent les diverses courbes peuvent difficilement être distinguées, ce qui signifie qu'une augmentation de λ n'a généralement pas un impact important; ii) il y a toutefois une exception pour les années proches de 1998 où l'impact de λ est considérable. Discutons plus en détail ces deux points.

La plupart du temps la dépendance de k en fonction de λ est faible. Certes, le coefficient k est multiplié par des milliards de francs (un écart de 0.01 correspond environ à 500 millions de francs), un écart de l'ordre de 0.001 (comme c'est souvent le cas entre le coefficient k calculé avec $\lambda=100$ et $\lambda=\infty$) n'est donc pas négligeable, mais reste faible.

L'impact de λ en 1998 est considérable: une différence de k de 0.9% (soit près d'un demi-milliard de francs) selon que $\lambda=100$ ou $\lambda=\infty$. Le fait qu'augmenter λ entraîne une augmentation du coefficient k pour 1998 constitue un argument contre cette augmentation de λ . En effet, si l'on avait appliqué la méthode actuelle pour calculer le coefficient k dans le passé, on aurait conclu que durant les années 90 la conjoncture a été la plus mauvaise en 1998. Ce résultat est un point négatif pour la méthode actuelle, car même si le cycle

conjoncturel n'est pas directement observable, il existe un large consensus pour dire que les pires années se situaient avant 1996. Or, ce défaut de la méthode actuelle est accentué si l'on augmente λ .

3.4. Recommandation : conserver $\lambda=100$

Il est préférable de conserver la valeur standard $\lambda=100$. En particulier, il ne paraît pas opportun d'augmenter cette valeur, car i) il est rare qu'une valeur plus élevée soit citée dans la littérature, ii) une analyse rétrospective montre que le coefficient k est souvent moins sensible au paramètre λ qu'on aurait pu l'imaginer a priori, et que lorsqu'il est sensible ce peut être dans une direction peu réaliste.

4. Prise en compte des prévisions du plan financier

Le §4.1 présente les raisons pour lesquelles les prévisions du plan financier sont prises en compte. Le §4.2 discute les arguments pour renoncer à intégrer ces prévisions. Le §4.3 montre qu'il s'agit là d'un choix important. Le §4.4 propose de ne plus tenir compte de prévisions de PIB concernant des années postérieures à l'année pour laquelle le coefficient k est calculé.

4.1. Les raisons du choix actuel d'étendre la série avec les prévisions du plan financier

Le filtre HP est appliqué sur la série allant de 1980 à $t+3$. La fin de cet intervalle se situe 3 ans après la date t pour laquelle le plafond des dépenses est calculé. Ceci implique que l'on utilise des prévisions (il s'agit des prévisions du plan financier).

A priori, il pourrait y avoir deux raisons d'utiliser des prévisions. Premièrement il s'agit de tenir compte de toute l'information disponible, notamment concernant l'évolution future. Deuxièmement, il s'agit de réduire le problème technique de l'instabilité aux extrémités : en appliquant le filtre HP jusqu'à $t+3$

plutôt que jusqu'à t , le point qui nous intéresse (le point t) ne se trouve plus à l'extrémité de la série¹⁷.

4.2. Arguments pour ne plus étendre la série au-delà de l'année pour laquelle le coefficient k est calculé

La modification consisterait à ne plus prendre en compte les prévisions du plan financier (en 2003 il faut bien sûr utiliser les prévisions 2006 pour calculer le plafond des dépenses 2006, mais le plafond des dépenses 2003 pourrait être calculé sans utiliser les prévisions 2006). Les deux arguments en faveur de cette modification sont que i) ces prévisions sont mauvaises, et ii) ces prévisions ne réduisent en fait pas le problème des extrémités.

Les prévisions sont de mauvaises qualités

Les prévisions de taux de croissance du PIB ont tendances à être trop optimistes en période de récession et trop pessimistes en période de boom. En fait¹⁸, sauf après l'an 2000, les prévisions du taux de croissance du PIB pour les trois années suivantes étaient quasiment toujours égales à 2%, ce qui est peut-être une bonne valeur moyenne mais ne donne pas d'information sur la déviation par rapport à la moyenne.

Il paraît peu vraisemblable que l'on puisse effectuer de bonnes prévisions du PIB à un horizon de 2 ans ou davantage¹⁹. On peut certes argumenter que le taux moyen de croissance constitue en soi une information utile dont il

¹⁷ Étendre la série est une approche courante pour réduire le problème des extrémités. L'approche habituelle consiste toutefois à utiliser des prévisions mécaniques qui, comme par exemple la méthode ARIMA, sont des méthodes d'extrapolation sophistiquées. Par rapport aux prévisions fondées sur des avis d'experts (que nous utilisons actuellement), ceci présenterait notamment l'avantage d'éliminer un élément discrétionnaire, mais limiterait la nature des informations qui peuvent être prises en compte pour les prévisions.

¹⁸ Voir Geier (2003).

¹⁹ Voir Ruoss & Savioz (2002). Ils concluent que „forecasts made during the year for the current year, or in autumn for the following year are informative and clearly surpass naive forecasting procedures. [...] Forecasts over a time period of more than 18 months no longer shed any light on the future course of the economy and do not meet optimality standards. These results are in keeping with the experience gained in other countries.“

conviendrait de tenir compte. Mais soit c'était le taux moyen durant la dernière décennie et l'information est contenue dans les données sur lesquelles le filtre est appliqué, soit le taux moyen de croissance de la dernière décennie était sensiblement différent de ce taux de référence, et l'on peut se demander s'il ne convient pas de changer la référence. S'il faut changer la référence qu'elle devrait être la nouvelle valeur ? Concrètement : le taux moyen de croissance de 2% est-il encore valable maintenant ? Il est difficile de le dire, et ceci constitue un premier argument en faveur de l'abandon des prévisions portant sur des années ultérieures à celles pour laquelle on veut calculer le coefficient k .

La prise en compte des prévisions ne réduit pas le problème des extrémités

Étendre la série par des prévisions est une façon standard de réduire le problème des extrémités²⁰. Compte tenu de la difficulté d'effectuer de bonnes prévisions sur un horizon de 2 ans ou davantage, c'est peut-être une méthode mieux adaptée au calcul du trend sur des données trimestrielles plutôt qu'annuelles. Mais à ceci s'ajoute un second problème qui tient à la façon dont nos prévisions sont faites. Ce sont des avis d'experts sur le taux de croissance du PIB. Lorsque l'estimation du PIB courant est revue à la baisse, ces prévisions de taux de croissance ne sont généralement pas modifiées, ce qui revient à considérer cette baisse comme presque permanente, donc presque structurelle. Il n'y a donc pas lieu de s'étonner qu'elle influence peu le coefficient k sensé refléter la conjoncture. Avec ce type de prévisions, l'extension de la série ne résout pas le problème des extrémités, mais au contraire l'aggrave.

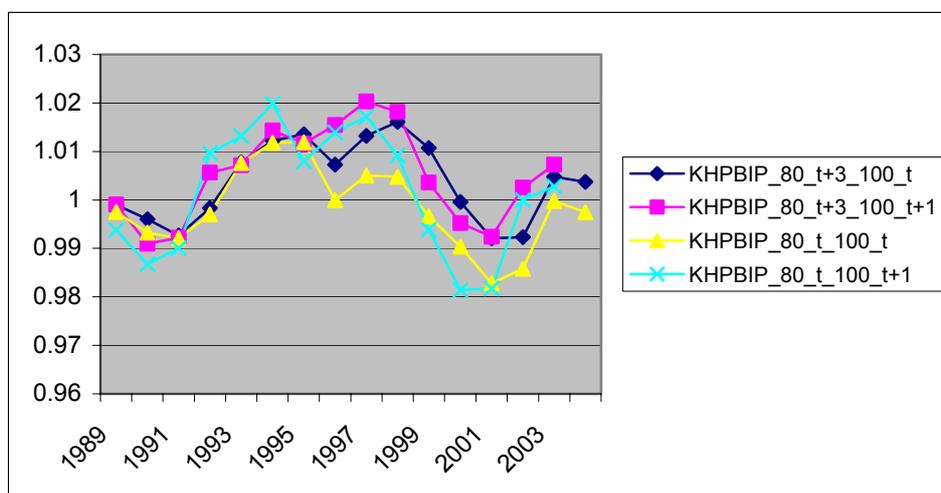
Illustrons ce point sur le cas, présenté en introduction, de la révision des estimations et prévisions en octobre 2002 qui n'a eu qu'une influence jugée trop faible sur le coefficient k . Les PIB 2002 et 2003 ont été revus à la baisse,

²⁰ Kaiser & Maravall (2001).

et cette baisse s'est répercutée sur les prévisions des niveaux de PIB pour 2004 à 2006. En fait, de 2002 à 2006, c'est les données pour cinq années proches de l'année pour laquelle le trend est calculé (2003) qui ont été modifiées, toutes dans le même sens. Dans ces conditions, tout filtre raisonnable aurait vraisemblablement conclu que l'essentiel de la baisse est structurel. Tel n'aurait pas été le cas si, au lieu de les répercuter, on avait supposé que les baisses de 2002 et 2003 seraient compensées en 2004, 2005 et 2006 par une croissance supérieure à la moyenne. Dans ce cas la baisse aurait été considérée comme essentiellement transitoire, ce qui revient à la traiter comme essentiellement conjoncturelle.

4.3. Sensibilité du coefficient k à la prise en compte des prévisions

Le graphique suivant présente l'impact sur le coefficient k d'une prise en compte des prévisions, ainsi que de la mise à jour des données (et le cas échéant des prévisions) une année plus tard (par exemple en 2004 pour le calcul du coefficient k de 2003).



La courbe des losanges représente $k(t)$ calculé selon la méthode actuelle, avec les données connues ou prévues en l'année t. La courbe des triangles représente $k(t)$ calculé de la même façon, sauf que les prévisions t+1, t+2 et t+3 ne sont pas prises en compte. La courbe des carrés représente $k(t)$ calculé selon la méthode actuelle, mais avec les données révisées en t+1. Enfin, la

courbe des croix présente les k obtenus avec les données révisées en $t+1$, mais sans prendre en compte les prévisions $t+1$, $t+2$ et $t+3$.

Deux remarques concernant ce graphique :

- **Le k selon l'alternative est plus sensible aux révisions**

Le coefficient k réagit davantage aux révisions des estimations et prévisions lorsqu'il est calculé sans tenir compte des prévisions du plan financier (l'écart en valeur absolue entre les croix et les triangles est presque toujours plus grand qu'entre les carrés et les losanges). Ceci constitue un argument pour ne plus prendre en compte les prévisions du plan financier. Ce phénomène s'explique aisément : le PIB trend est moins sensible aux révisions des estimations et prévisions lorsqu'on le calcule sans tenir compte des prévisions du plan financier (certes les prévisions du taux de croissance du PIB restent souvent inchangées, mais comme nous l'avons expliqué précédemment cela implique qu'une révision de l'estimation du PIB courant se répercute sur les prévisions des niveaux de PIB futurs).

- **La question du niveau**

Le coefficient k calculé selon l'alternative consistant à ne pas tenir compte des prévisions du plan financier (les triangles) est plus bas que celui calculé avec la méthode actuelle (les losanges). Ceci est vrai notamment pour 2004.

L'explication est simple : les prévisions durant la dernière décennie ont eu tendance à être optimistes, ce qui tend à surestimer le PIB trend et donc le coefficient k (les prévisions de PIB ont tendances à être trop optimistes en période de mauvaise conjoncture et trop pessimistes en période de haute conjoncture). Il s'agit donc là d'un résultat spécifique aux années 90 et qui ne peut pas être extrapolé (l'alternative donnerait

des coefficients k plus élevés que la méthode actuelle si nous devions connaître une décennie de haute conjoncture durant laquelle le taux de croissance se révélerait systématiquement supérieurs aux prévisions).

Ceci signifie que si la haute conjoncture et la basse conjoncture durent assez longtemps, alors le coefficient k calculé selon l'alternative est moins sensible à la conjoncture, car il est plus bas en basse conjoncture (lorsque le coefficient k est élevé) et plus élevé en haute conjoncture (lorsque le coefficient k est faible). Cet effet disparaît toutefois si la période est assez courte. Pour les périodes qu'on associe généralement aux fluctuations conjoncturelles (moins que 8 ans), le coefficient k est plus sensible à la conjoncture lorsqu'il est calculé par la méthode alternative.

Cette caractéristique concernant le niveau du coefficient k plaide t-elle en faveur ou contre l'alternative ? Tout dépend de ce que l'on pense être la période d'un cycle conjoncturel et la stabilité du taux de croissance trend. Si le taux de croissance du PIB reste à 2% sur le long terme, et que la période d'un cycle conjoncturel est de 10 ans, alors cette caractéristique plaide contre l'alternative. Mais si ce chiffre de 2% n'est pas assuré pour l'avenir (et que le taux moyen de croissance est difficile à prédire), et si la durée moyenne d'une phase de basse conjoncture ou de haute conjoncture est de quelques années, alors cette caractéristique plaide pour l'alternative.

En ce qui concerne 2003 et 2004²¹, le fait que le coefficient k se situe à

²¹ Les prévisions pour 2004 ont connu des modifications en cours d'études. Comme le but du présent papier est d'examiner les caractéristiques générales du mode de calcul du coefficient k et non pas de nous centrer sur l'année 2004, nous n'avons pas constamment remis à jour les graphiques (la discussion sur le critère « 2004 » au §8.3 utilise les données de juin 2003). Pour connaître les derniers chiffres consulter les documents officiels.

un niveau plus bas avec la méthode alternative (donc l'alternative juge la conjoncture actuelle meilleure que la méthode actuelle) est souvent considéré comme un point négatif compte tenu du fait que nous sommes en récession. Il faut toutefois tenir compte des éléments suivants. i) Le choix de la méthode ne doit pas se baser sur son comportement pour une seule année spécifique, mais sur ses propriétés générales. ii) Si le temps des vaches maigres dure plus longtemps que le temps des vaches grasses, il faudra économiser également durant les années les moins pires des vaches maigres. iii) Pour décider s'il faut économiser pendant une année donnée, ce n'est pas seulement le taux de croissance de cette année qui importe : même si le taux de croissance est négatif, il faut économiser si le niveau de PIB est élevé (c'est-à-dire si les taux de croissances des quelques années précédentes sont suffisamment élevés comparé aux taux de croissance d'un passé plus lointain).

En conclusion, cette propriété concernant le niveau du coefficient k ne parle peut-être pas en faveur de l'alternative, mais ne semble pas constituer non plus un argument déterminant contre elle.

4.4. Recommandation : ne plus tenir compte des prévisions du plan financier

Vu la mauvaise qualité des prévisions et le fait qu'elles ne contribuent pas à réduire le problème des extrémités dont souffre le filtre, nous recommandons de ne plus prendre en compte les prévisions du plan financier pour le calcul du coefficient k ²². Le coefficient k sera ainsi plus sensible à la conjoncture.

L'extension de la série avec le type de prévisions que nous faisons ne résout pas le problème des extrémités. Renoncer à étendre la série n'accentue donc

²² Il serait imaginable de conserver les prévisions en leur donnant une pondération plus faible mais non nulle. Il serait toutefois difficile de déterminer cette pondération (sans introduire un élément discrétionnaire).

pas le problème des extrémités (en fait, il le réduit car le remède était pire que le mal). Ceci dit, ce problème des extrémités reste entier. En section 7 nous proposerons une modification du filtre HP visant à réduire ce problème sans étendre la série.

5. Longueur de l'intervalle sur lequel le filtre est appliqué

La fin de l'intervalle sur lequel le filtre est appliqué a été discutée dans la section 4. Il s'agit maintenant de choisir le début de cet intervalle (ou sa longueur). Nous verrons au §5.3 que la longueur de cet intervalle n'a quasiment pas d'impact sur le coefficient k , au moins tant que sa longueur est supérieure à 20. Il ne s'agit donc pas d'un paramètre important. C'est pourquoi les paragraphes §5.1 (le choix actuel), §5.2 (arguments pour modifier le choix actuel) et §5.4 (recommandation) sont brefs.

5.1. Le choix actuel : le filtre est appliqué sur un intervalle commençant en 1980

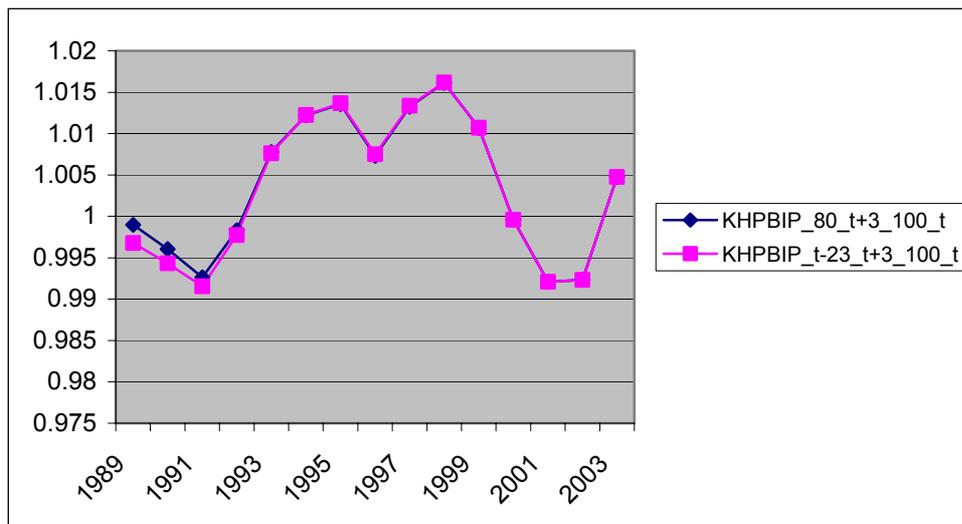
1980 a été retenu comme début de l'intervalle sur lequel le filtre est appliqué.

5.2. Arguments en faveur d'un intervalle de longueur constante

Le choix d'un début de série constant implique que la longueur de la série augmente au cours du temps, ce qui à priori modifie les caractéristiques du filtre. La modification envisagée consisterait à utiliser un intervalle de longueur constante.

5.3. Sensibilité du coefficient k à la longueur de l'intervalle

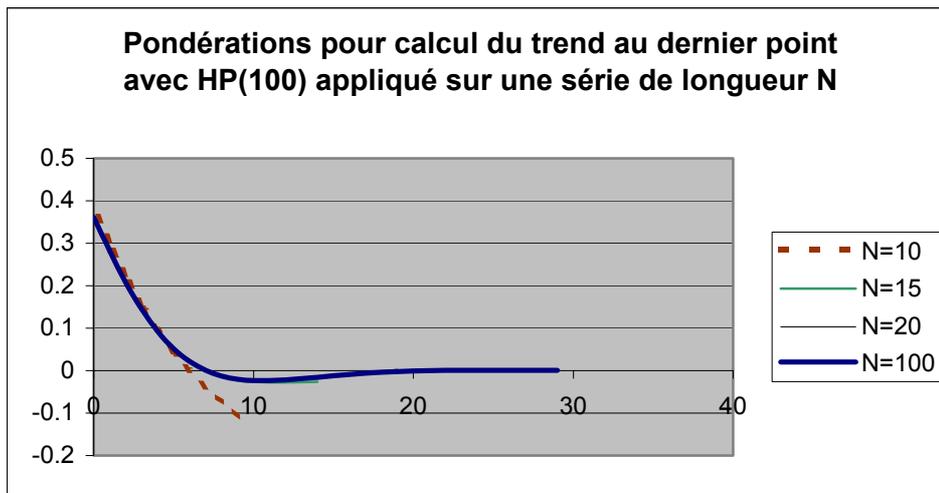
Actuellement, le filtre HP est appliqué sur un intervalle temporel allant de 1980 à $t+3$. Ceci signifie qu'au cours du temps cet intervalle augmentera. Comme le suggère le graphique suivant, ceci n'a guère d'importance pour $\lambda=100$:



La courbe des losanges indique le coefficient k calculé avec le filtre actuel, alors que la courbe des carrés indique ce que l'on aurait obtenu en appliquant le filtre HP sur l'intervalle $t-23$ à $t+3$ au lieu de 1980 à $t+3$ (dans les deux cas le coefficient k en l'année t est calculé récursivement en se basant sur les données et prévisions faites en t). La valeur 23 a été choisie parce que $2003-1980=23$. Pour le calcul du coefficient k en 2003 les deux intervalles sont donc identiques et par conséquent les coefficients k donnés par les deux courbes pour 2003 sont identiques par construction. Ce graphique montre que les coefficients k sont également identiques pour les deux courbes bien avant 2003. Ceci suggère que les coefficients k ne sont pas très sensibles à la longueur de l'intervalle d'application du filtre, du moins aussi longtemps que cet intervalle n'est pas trop court (en 1989 la différence est claire, car l'intervalle commençant en 1980 est relativement court).

Le graphique ci-dessus ne constitue toutefois pas une preuve suffisante que l'on peut négliger la longueur de l'intervalle (s'il est assez grand). En effet, on peut craindre à priori qu'à long terme des différences émergent. En 2100 par exemple, le filtre sera appliqué sur un intervalle contenant 24 données si l'on choisit l'option de l'intervalle constant, et par contre de 121 données en continuant d'appliquer la méthode actuelle. Le raisonnement ci-dessous montre toutefois que même à long terme aucune différence significative n'émerge.

Comme le trend calculé selon HP est une moyenne pondérée des PIB, il est utile de comparer les coefficients de pondération²³ correspondant au filtre HP(100) appliqué sur des intervalles de diverses longueurs (comme nous avons recommandé en section 4 de ne pas prendre en compte les prévisions du plan financier, le graphique suivant présente les poids pour le filtre HP appliqué sur un intervalle de longueur N terminant à la date t pour laquelle le coefficient k est calculé):



Ce graphique donne le poids du PIB_{t-j} pour le calcul du PIB trend en t. j est indiqué sur l'axe horizontal (pour j=0 les courbes donnent le poids de PIB(t) pour le calcul du trend en t du PIB ; j=1 concerne l'impact du PIB avant-dernier de la série sur le trend en t, etc...). Le graphique montre qu'utiliser un intervalle de longueur 10 ou 20 modifie les coefficients de pondérations. Par contre augmenter la taille de l'intervalle au-delà de 20 ne modifie plus ces coefficients (les courbes ne peuvent plus être distinguées sur le graphique). On peut montrer que ces conclusions ne seraient plus valables si $\lambda = \text{infini}$.

²³ Ce sont des coefficients de pondération au sens où leur somme est égale à 1. Cependant ces coefficients de pondération peuvent être négatifs.

5.4. Recommandation : utiliser un intervalle de longueur constante

La longueur de l'intervalle n'a pratiquement pas d'importance²⁴ aussi longtemps qu'elle est supérieure à 20. Pour des raisons purement esthétiques (pour les démonstrations des propriétés, il est pratique de décrire un filtre aux propriétés exactement constantes plutôt que quasiment constantes), et bien que cette modification n'ait pratiquement pas d'influence, nous proposons de choisir un intervalle de longueur constante (commençant en $t-23$ afin que le début de l'intervalle soit 1980 pour $t=2003$, comme cela a été choisi lors de la première année de mise en œuvre du frein à l'endettement).

6. PIB versus $\ln(\text{PIB})$

Précisons d'emblée que le choix entre appliquer le filtre sur le PIB ou sur le $\ln(\text{PIB})$ n'a pas un impact quantitatif très important sur le trend (même si ce choix a un impact plus grand que le choix du début de l'intervalle sur lequel le filtre est appliqué).

Le §6.1 mentionne très brièvement le choix actuel. Le §6.2 discute les arguments pour appliquer le filtre sur $\ln(\text{PIB})$ au lieu du PIB. Le §6.3 montre qu'il ne s'agit pas là d'un choix crucial. Le §6.4 propose d'appliquer désormais le filtre sur $\ln(\text{PIB})$.

6.1. Le choix actuel

Le filtre est appliqué sur les données annuelles du PIB. Avec la méthode actuelle, il n'y a quasiment pas de différence entre appliquer le filtre sur le PIB ou sur $\ln(\text{PIB})$.

²⁴ Notons toutefois que même si la longueur de l'intervalle a fondamentalement un impact négligeable sur le coefficient k , il n'est pas impossible que cela ait un impact d'une unité sur la dernière décimale : une différence de 10^{-5} peut avoir un impact de 10^{-3} si le coefficient k est arrondi à la troisième décimale.

6.2. Arguments en faveur de $\ln(\text{PIB})$

Dans la littérature, le filtre HP est souvent appliqué sur le log des variables plutôt que sur les variables elles-mêmes. C'est le cas par exemple dans Hodrick & Prescott (1997). Dans notre contexte, l'argument en faveur du log est en rapport avec la question de savoir si le mécanisme du frein à l'endettement conduit à une dette constante sur le long terme.

A priori on pourrait craindre que le mécanisme du frein à l'endettement tel qu'il fonctionne actuellement ne conduise pas à un déficit nul sur un cycle conjoncturel. Ceci pour plusieurs raisons²⁵ : i) contrairement au filtre appliqué ex-post, le filtre appliqué récursivement (comme c'est le cas en réalité) n'a pas la propriété que la somme des écarts entre la donnée et le trend est nécessairement nulle ; ii) même si cette différence était nulle, cela n'impliquerait pas que le coefficient k est en moyenne égal à 1 (car l'espérance de l'inverse du PIB n'est pas égale à l'inverse de l'espérance du PIB), iii) même si le coefficient k était en moyenne égal à 1, ceci n'impliquerait un déficit moyen nul car le coefficient k et les recettes ne sont pas indépendantes.

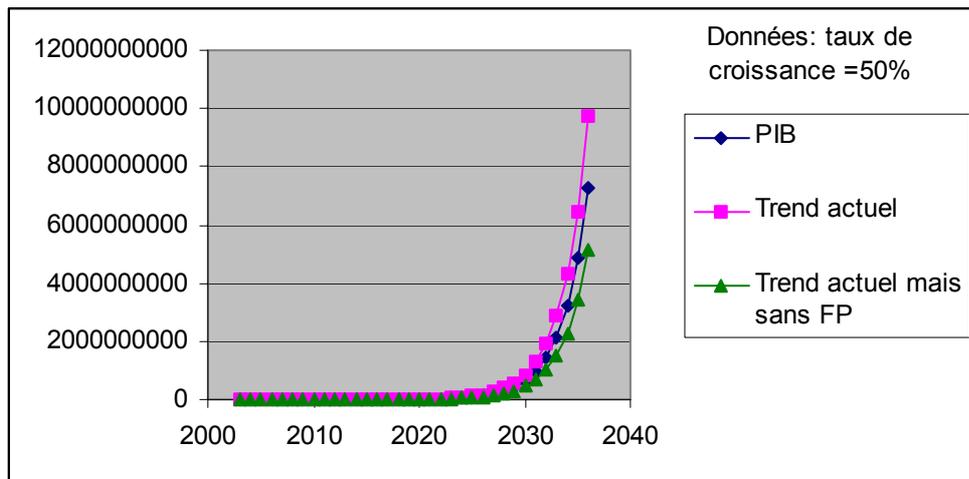
L'introduction du log permet de réduire les problèmes (i) et (ii) ci-dessus.

Log comme solution du problème (i)

Concernant le point (i), Bruchez (2003a) montre que l'espérance de l'écart entre le trend calculé récursivement et les données est nulle si l'espérance des variations annuelles (puisque ici l'unité de temps est l'année) des données est constante. Ceci correspond à l'intuition que, même appliqué récursivement, le filtre reste symétrique au sens où le trend passe au milieu des données : en moyenne sur une longue période il y aura autant de données au-dessus qu'au-dessous du trend (plus exactement, la somme des écarts dus aux données qui sont au-dessus du trend sera égale en valeur absolue à la somme des écarts des données qui sont situées au-dessous du trend). Il convient toutefois de

²⁵ Pour une discussion approfondie de ce point, consulter Bruchez Pierre-Alain (2003b).

souligner que ce résultat n'est valable que si l'espérance des variations annuelles des données est constante. Si par contre la croissance annuelle n'est pas d'espérance constante, mais présente au contraire un trend croissant ou décroissant, alors l'espérance de l'écart entre trend et données n'est généralement pas nulle. Il est par exemple possible de construire un exemple où le trend est constamment supérieur ou constamment inférieur à la courbe des données :



Le graphique ci-dessus présente une série artificielle pour les données de PIB, ainsi que les trends calculés selon la méthode actuelle et sans les prévisions du plan financier. La série artificielle des données est construite de la façon suivante : le PIB de 1980 est normalisé à 1, ensuite il augmente chaque année de 50%. Ce chiffre de 50%, qui n'est évidemment pas réaliste (2% serait une valeur plus raisonnable), a été choisi pour exagérer le phénomène et le rendre ainsi plus lisible.

Comme cette donnée artificielle ne contient pas d'oscillations, elle ne contient pas de cycles conjoncturels, et elle devrait être égale à son propre trend. Or aucun des deux trends calculés ne redonne exactement les données. De plus, chacun de ces deux trends commet une erreur systématique, l'un étant systématiquement plus élevé que les données et l'autre systématiquement

plus bas²⁶. Le trend contient donc une erreur systématique si le PIB évolue de façon exponentielle.

Toutefois, ceci présente surtout un intérêt théorique car quantitativement cette erreur systématique n'est pas considérable si le taux de croissance du PIB a une valeur plus réaliste : pour un taux de croissance de 2%, le trend calculé selon la méthode actuelle est quasiment égal au PIB, et le trend calculé avec la méthode actuelle modifiée uniquement en ne tenant pas compte du plan financier est inférieur de 3 millièmes au PIB (ce qui n'est plus tout à fait négligeable car une erreur de 3 millièmes sur le coefficient k correspond environ à une différence de 150 millions sur le plafond des dépenses).

Au lieu d'appliquer le filtre directement sur le PIB, il est possible de l'appliquer sur $\ln(\text{PIB})$, puis de définir le trend du PIB comme $e^{\text{trend de } \ln(\text{PIB})}$. Dans ce cas, le trend d'un PIB qui augmente exponentiellement est exactement égal au PIB (il n'y a pas d'erreur, qu'elles soient systématiques ou non). En effet, si le PIB augmente de façon exponentielle, $\ln(\text{PIB})$ sera une droite, et le trend obtenu en appliquant un filtre sur cette droite sera cette même droite ; en prenant l'exponentielle de cette droite qui n'a pas été modifiée on retrouve la courbe de PIB exponentiel originale.

Log et le problème (ii)

Rappelons que le problème (ii) est le suivant : $E(\text{PIB}_t) = E(\text{TrendPIB}_t)$ n'implique pas $E(k_t) \equiv E(\text{TrendPIB}_t / \text{PIB}_t) = 1$. Le log contribue à gérer ce problème en transformant le ratio en une différence : $k_t = \text{TrendPIB}_t / \text{PIB}_t = e^{\text{trend } \ln(\text{PIB}_t)} / \text{PIB}_t = e^{\text{trend } \ln(\text{PIB}_t) - \ln(\text{PIB}_t)}$.

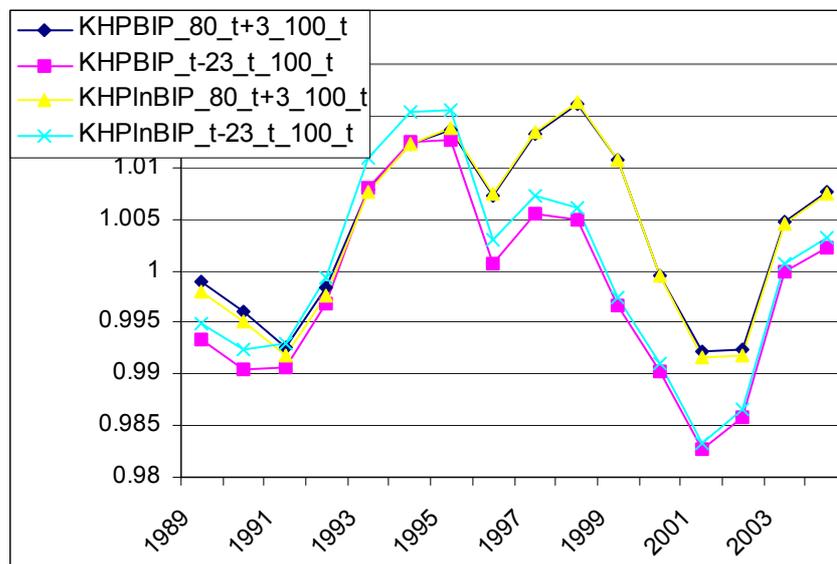
On en déduit que

²⁶ Le fait que le trend en t calculé en appliquant le filtre HP sur l'intervalle $[1980;t]$ soit systématiquement inférieur à $\text{PIB}(t)$ s'explique aisément: le trend ex-post calculé sur $[1980;t]$ a la propriété que la somme des écarts au trend est nulle. Sachant que le trend ex-post ressemble à une droite, ceci n'est possible que si $\text{trend}(t)$ est inférieur à $\text{PIB}(t)$.

$$E[\ln(k_t)] = E[\text{trend } \ln(\text{PIB}_t) - \ln(\text{PIB}_{t-1})] = E[\text{trend } \ln(\text{PIB}_t)] - E[\ln(\text{PIB}_t)] = 0^{27}.$$

6.3. Sensibilité du coefficient k au choix PIB versus $\ln(\text{PIB})$

Le graphique suivant donne les coefficients k calculé avec le filtre actuel (losanges), le filtre actuel appliqué sur $\ln(\text{PIB})$ au lieu de PIB (triangles), le filtre actuel sauf qu'il est appliqué sur un intervalle de longueur constante finissant en t (carrés), idem sauf que ce filtre est appliqué sur $\ln(\text{PIB})$ au lieu de PIB (croix).



On observe qu'appliquer le filtre sur $\ln(\text{PIB})$ au lieu de PIB modifie très peu le coefficient k lorsqu'il est calculé selon la méthode actuelle, et le modifie un peu plus (mais toujours de façon modeste) quand il est calculé sur un intervalle de longueur constante sans prise en compte des prévisions du plan financier²⁸.

²⁷ $E[\ln(k)] = 0$ n'implique toutefois pas $E[k] = 1$. Ce point est discuté dans Bruchez (2003b) où il est démontré que $E[k]$ reste proche de 1.

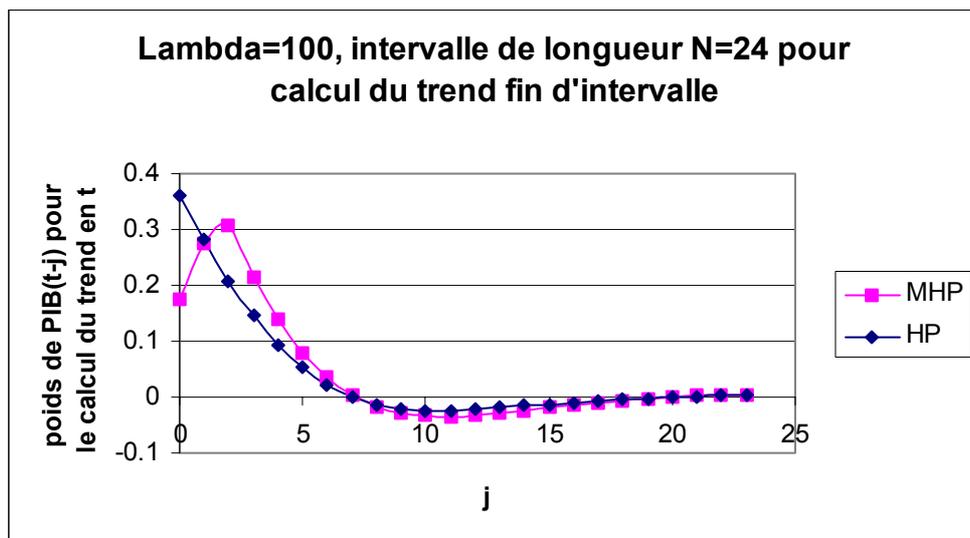
²⁸ Notons que l'impact sur le coefficient k du choix $\ln(\text{PIB})$ versus PIB dépend de la valeur choisie pour λ (si $\lambda = 0$ ce choix n'aurait manifestement strictement aucun impact).

6.4. Recommandation : appliquer le filtre sur $\ln(\text{PIB})$

Bien que l'impact ne soit pas considérable, nous proposons d'appliquer le filtre sur $\ln(\text{PIB})$ plutôt que PIB de sorte à ce que la méthode de calcul ait la propriété que le trend soit exactement égal aux données en cas de constance du taux de croissance et d'absence de cycles conjoncturels.

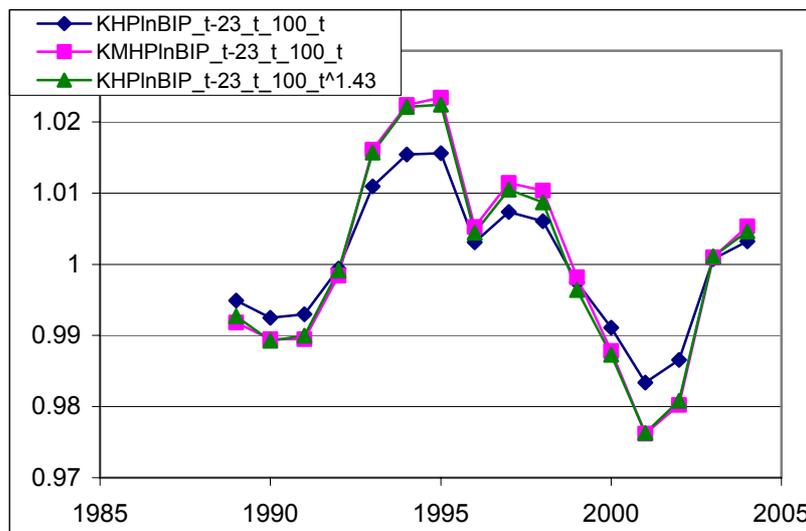
7. HP modifié

Rappelons que le filtre HP souffre d'un problème des extrémités (voir §2.2) que la méthode actuelle cherche à réduire sans succès en étendant la série des PIB avec les prévisions du plan financier (pour des raisons que nous avons expliquées en section 4 nous proposons de ne plus tenir compte de ces prévisions). Le problème des extrémités reste donc entier. Nous proposons ici une modification du filtre HP, que nous nommerons le filtre HP modifié et désignerons par MHP, qui permet de réduire ce problème sans étendre la série. MHP et HP diffèrent par le poids qu'ils donnent à PIB_{t-j} pour le calcul du trend en t du PIB. Le graphique ci dessous indique les poids lorsque le filtre est appliqué sur l'intervalle $[t-23 ; t]$



Notons que la dernière observation influence moins son trend avec le MHP qu'avec le HP (ce qui implique que certains autres points précédents ont davantage de poids). En ce sens, le problème des extrémités est réduit.

Ce filtre est décrit en détail dans Bruchez (2003a). Nous nous contenterons de montrer ici ce qu'apporte ce changement de filtre une fois que l'on a déjà modifié les paramètres comme nous l'avons proposé ci-dessus (HP appliqué sur $\ln(\text{PIB})$ dans l'intervalle $[t-23;t]$).



La courbe des losanges désigne le filtre HP avec les modifications de paramètres mentionnés ci-dessus, et les carrés correspondent au filtre MHP avec les mêmes modifications de paramètre. Les fluctuations du coefficient k selon MHP sont plus importantes que celles selon HP, ce qui reflète la plus grande sensibilité à la conjoncture du coefficient k calculé avec le MHP. Nous considérons donc que la critique qui a été faite selon laquelle le coefficient k actuel n'est pas suffisamment sensible à la conjoncture est justifiée et s'explique par le problème des extrémités dont souffre ce filtre. En réduisant ce problème le MHP rend le coefficient k plus sensible. Combien plus sensible ? La courbe des triangles est calculée ainsi : prendre le coefficient k calculé selon la méthode actuelle et multiplier par 1.43 l'écart à 1. La courbe des triangles est très proche de la courbe des carrés, ce qui signifie que le MHP est 43% plus sensible à la conjoncture que le filtre HP.

Bruchez (2003a) explique que si le filtre MHP a plusieurs bonnes propriétés, il présente néanmoins l'inconvénient d'introduire un déphasage par rapport au filtre HP appliqué sur le même intervalle. Toutefois, le graphique ci-dessus montre que le MHP n'a pas de déphasage par rapport à la méthode actuelle (les maximums et les minimums sont atteints quasiment aux mêmes dates avec les deux filtres, ce qui diffère c'est la grandeur des coefficients k maximums et minimums).

L'explication est la suivante : le trend du PIB calculé selon MHP souffre effectivement d'un déphasage par rapport au trend calculé selon HP, mais ces deux trends croisent la courbe des données approximativement aux mêmes dates (ceci découle du fait que l'écart entre le trend et la donnée est environ 43% supérieure avec le MHP, ce qui implique que l'écart au trend est nul approximativement en même temps avec le HP et avec le MHP). Par conséquent, le coefficient k vaut 1 approximativement aux mêmes dates selon le HP et le MHP : il n'y a pas de déphasage entre les coefficients k calculés selon HP et MHP.

8. Proposition de modification du calcul du coefficient k

Nous avons discuté ci-dessus les différentes modifications envisageables. La présente section considère l'alternative consistant à cumuler toutes les modifications proposées, et la compare à la méthode actuelle.

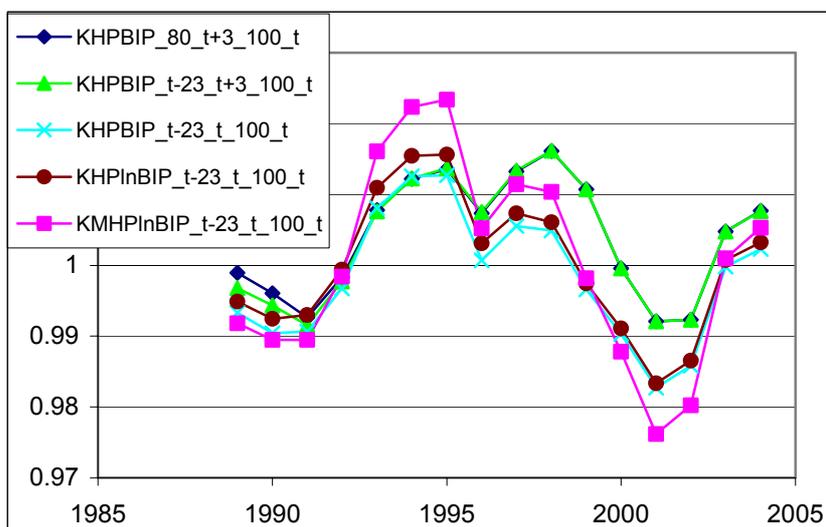
Le §8.1 discute l'impact des modifications proposées. Il s'agit d'une part d'illustrer l'importance relative des différentes modifications, et d'autre part de calculer l'impact d'une révision du PIB sur le trend. Le §8.2 présente des tableaux qui résument les arguments évoqués dans les sections précédentes (en les classant d'après les modifications proposées ou d'après les critères de choix). Le §8.3 montre que l'on serait parvenu aux mêmes recommandations si l'on avait abordé les diverses possibilités de modification dans un autre ordre. Finalement, §8.4 répond à quatre arguments soulevés contre l'alternative.

8.1. Impact des modifications proposées

L'impact des modifications proposées est discuté sous deux angles: i) l'importance relative des différentes modifications, et ii) l'influence d'une révision des données de PIB_t sur le calcul de k_t .

L'influence relative des différentes modifications

Pour les raisons indiquées ci-dessus, nous proposons de calculer le trend PIB utilisé dans le calcul du coefficient k_t en appliquant le filtre MHP sur les données $\ln(PIB)$ sur l'intervalle $[t-23;t]$. Le graphique suivant montre l'impact de ces modifications successives :



La méthode actuelle est représentée par les losanges. Appliquer le filtre sur un intervalle commençant en $t-23$ (triangles) plutôt qu'en 1980 ne change quasiment pas la courbe. Modifier également la fin de l'intervalle en choisissant t (croix) au lieu de $t+3$, a un impact considérable sur k . Appliquer ce filtre sur $\ln(PIB)$ (ronds) au lieu de PIB augmente légèrement le coefficient k . Si de plus, le MHP est utilisé (les carrés désignent l'alternative qui cumule toutes les modifications proposées) au lieu du HP, alors la courbe fluctue nettement plus.

L'influence d'une révision des données de PIB_t sur le calcul de k_t

Nous avons vu qu'en remplaçant le HP par le MHP l'écart au trend augmente de 43%. Lorsque l'on prend en compte toutes les modifications (en particulier le fait que les deux filtres ne sont plus appliqués sur le même intervalle) et non pas seulement la contribution de l'utilisation de MHP, alors les écarts au trend ne sont plus proportionnels (même approximativement). On peut toutefois comparer l'impact d'une révision du PIB en l'an t sur le coefficient k calculé pour cette même année. On peut montrer qu'une modification de PIB_t a un impact deux fois plus important sur le coefficient k_t calculé avec l'alternative comparé au mode de calcul actuel: avec la méthode actuelle : une variation de PIB_t est reflétée environ à 40% dans le coefficient k_t contre 80% avec l'alternative. Voyons comment ces chiffres sont obtenus.

On peut montrer que $\frac{\Delta k_t / k_t}{\Delta Y_t / Y_t} \cong \frac{\Delta Y_{Trend,t} / \Delta Y_t}{Y_{Trend,t} / Y_t} - 1$ (l'approximation est

satisfaisante dans notre cas puisque les variations envisagées sont relativement faibles). L'élasticité de k_t par rapport à Y_t est donc égale à l'élasticité du trend par rapport à Y_t moins 1.

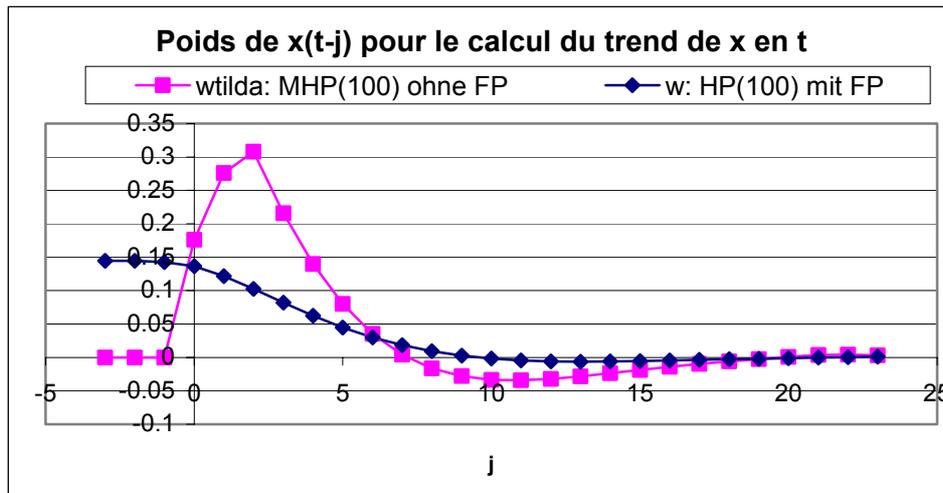
Le trend selon l'alternative est donné par la formule suivante (notons que le fait de passer par le log conduit à remplacer une moyenne arithmétique par une moyenne géométrique) :

$$\tilde{Y}_{Trend,t} = \exp\left(\sum_{j=0}^{23} \tilde{\omega}_j * \ln(Y_{t-j})\right) = \prod_{j=0}^{23} Y_{t-j}^{\tilde{\omega}_j}$$

et selon la méthode actuelle:

$$Y_{Trend,t} = \sum_{j=-3}^{23} \omega_j * Y_{t-j}$$

où $\tilde{\omega}_j$ et ω_j sont les poids donnés sur le graphique suivant (ne pas confondre ce graphique avec le graphique des poids présenté ci-dessus qui concernait les filtres HP et MHP appliqués sur le même intervalle):



On en déduit que :

- **Méthode actuelle**

$$\Delta Y_{Trend,t} / \Delta Y_t = \omega_{-3} + \omega_{-2} + \omega_{-1} + \omega_0 = 0.57$$

(en supposant que la variation de Y_t est répercutée sur les prévisions du plan financier Y_{t+1} , Y_{t+2} et Y_{t+3} comme c'est le cas si les prévisions des taux de croissance du plan financier ne sont pas modifiées). Ceci implique :

$$\frac{\Delta k_t / k_t}{\Delta Y_t / Y_t} = \frac{0.57}{Y_{Trend,t} / Y_t} - 1. \text{ Si l'on suppose } k = \frac{Y_{Trend,t}}{Y_t} \cong 1 \text{ (en fait le}$$

coefficient k peut au maximum s'écarter de quelques pourcents de 1), alors $\Delta k_t / k_t \cong 0.43 * \Delta Y_t / Y_t$: 1% de changement de Y_t entraîne une modification du coefficient k d'environ 43%²⁹. On aurait obtenu 0.44 si $k=1.02$ et 0.42 si $k=0.98$. Notons que pour la période où nous avons effectué les calculs récurrents (c'est-à-dire depuis 1989), le coefficient k calculé selon la méthode actuelle aurait toujours été compris entre 0.99 et 1.017.

²⁹ Ne pas confondre ce 43% avec le fait évoqué ci dessus que l'écart entre le trend et la donnée est 43% plus grand lorsque le trend est calculé selon la méthode alternative. Ce n'est qu'une coïncidence.

- **Méthode alternative**

$$\frac{\Delta \tilde{Y}_{Trend,t} / \Delta Y_t}{\tilde{Y}_{Trend,t} / Y_t} \cong \tilde{\omega}_0 = 0.18$$

l'approximation est correcte pour ΔY_t suffisamment faible

Ceci implique que $\frac{\Delta k_t / k_t}{\Delta Y_t / Y_t} \cong \tilde{\omega}_0 - 1 = 0.82$.

Le coefficient k calculé avec la méthode alternative est donc environ deux fois plus sensible à une variation de Y_t que selon la méthode actuelle. Ce résultat est robuste dans le sens où il n'a pas été démontré pour une année spécifique mais au contraire en se basant sur les caractéristiques (poids) des filtres³⁰.

Ces valeurs concernent l'impact sur k_t d'une révision du PIB de la même année t. Il est possible de calculer de façon analogue (en obtenant d'autres valeurs) l'impact sur k_t d'une révision du PIB d'une année différente de t.

Le plus souvent, la plus grande sensibilité du coefficient k permet de mieux stabiliser le plafond des dépenses, car les variations du coefficient k compensent (partiellement) les variations des recettes. Il existe toutefois un cas où la plus grande sensibilité du coefficient k entraîne une plus grande variation du plafond des dépenses : lorsque uniquement des PIB du passé sont révisés sans que cette révision ne se répercute sur les PIB ultérieurs (rappelons que cette répercussion a lieu si les taux de croissance ultérieurs restent inchangés). Prenons l'exemple où uniquement le PIB en t-2 est révisé. Le graphique des poids présenté ci-dessus montre que le trend serait nettement plus sensible à cette révision avec le filtre HP modifié (et donc le coefficient k aussi, puisque PIB(t) reste constant). Mais comme par hypothèse les prévisions des recettes ne sont pas modifiées, le changement du coefficient k se traduit par une variation du plafond des dépenses. Ceci constitue toutefois

³⁰ Ce facteur 2 (plus exactement 1.9) dépend toutefois légèrement de la situation conjoncturelle (le chiffre 0.82 pour la méthode alternative ne dépend pas de k, par contre la valeur pour la méthode actuelle peut s'écarter légèrement de 0.43 en fonction de la valeur de k). Selon notre calcul rétrospectif, ce rapport aurait depuis 1989 fluctué entre 1.86 et 1.93.

un cas peu fréquent. En effet, une révision du niveau du PIB coïncide généralement avec une révision des niveaux de PIB ultérieurs.

Pour différentes variantes des filtres HP et MHP, le tableau suivant indique la modification de coefficient k qu'entraîne une révision de -1% pour le PIB de t-1 et de -1.7% pour le PIB en t et les prévisions du plan financier (cette révision s'est effectivement produite entre septembre et octobre 2002).

Coefficient k en 2003		HP(100)	HPmodifié
BIP sur 1980-2006	sept.	0.9996	Case non pertinente: le HPmodifié est conçu pour éviter d'étendre la série
	oct.	1.0054	
	sept-oct.	-0.0059	
BIP sur 1980-2003	sept.	0.9924	0.9895
	oct.	1.0004	1.0005
	sept-oct.	-0.0079	-0.0111
ln(BIP) sur 1980-2003	sept.	0.9934	0.9908
	oct.	1.0013	1.0018
	sept-oct.	-0.0079	-0.0111
Le plafond des dépenses est obtenu en multipliant les recettes totales (environ 50 mia.) par le coefficient k. Une variation du coefficient k de 0.0001 conduit donc à une modification du plafond des dépenses de 5 mio.			
La révision des données entre septembre et octobre 2003 consiste en une baisse du PIB réel de 1% en 2002 et 1.7% en 2003, 2004, 2005 et 2006.			

Cette révision des données entraîne une modification du coefficient k de – 0.0059 avec la méthode actuelle et de –0.0111 avec l'alternative, soit près du double. Cette augmentation de sensibilité est principalement due au fait d'utiliser le filtre MHP au lieu du filtre HP, mais appliquer le filtre sans tenir compte des prévisions du plan financier apporte déjà une contribution importante.

8.2. Résumé des arguments

Le tableau suivant présente un résumé de nos recommandations et des arguments évoqués précédemment.

	Impact	Recommandation & arguments Arguments en faveur (+) et contre (-) la recommandation (ces divers arguments n'ont toutefois pas tous le même poids)
$\lambda=100$ versus plus grand que 100	<ul style="list-style-type: none"> Le trend calculé ex-post est plus proche d'une droite (moins sensible à la conjoncture), et donc le coefficient k calculé ex-post plus sensible, quand λ est grand. Mais ceci n'est pas nécessairement le cas quand le coefficient k est calculé de façon récursive. Un calcul rétrospectif (depuis 1989, $\lambda > 100$) montre que le k calculé récursivement dépend souvent peu, mais parfois au contraire considérablement, de λ. 	<p>$\lambda=100$</p> <ul style="list-style-type: none"> + Dans la littérature λ est rarement choisi plus grand que 100. + Le calcul rétrospectif montre qu'augmenter λ conduirait à accentuer un défaut du filtre HP: 1998 est vu comme la pire période des années 90 (ce qui ne semble pas conforme à l'intuition).
Début de l'intervalle: 1980 versus t-23	<ul style="list-style-type: none"> Si $\lambda=100$, ce choix n'a pas d'importance pour les années ultérieures à 2000. 	<p>t-23</p> <ul style="list-style-type: none"> + Afin que le filtre ait des propriétés exactement constantes.
Fin de l'intervalle: t+3 versus t	<ul style="list-style-type: none"> Le coefficient k_t calculé sans tenir compte des prévisions ultérieures à t est plus sensible aux révisions de PIB. Durant la dernière décennie, le coefficient k calculé sans tenir compte des prévisions du plan financier est plus bas que celui calculé avec la méthode actuelle (ceci est dû au fait que durant cette décennie les prévisions étaient optimistes). 	<p>t</p> <ul style="list-style-type: none"> + Mauvaise qualité des prévisions. + Étendre la série de cette façon ne résout pas le problème des extrémités, et introduit un élément partiellement discrétionnaire qui peut être ajusté chaque année et a un impact considérable sur le résultat. + k est plus sensible à la conjoncture si on ne tient pas compte des prévisions. - Le fait que cette modification réduit le coefficient k en 2004 est parfois perçu comme un argument contre l'alternative.
HP versus MHP	<ul style="list-style-type: none"> MHP attribue une part plus grande des variations à la conjoncture (en tout cas lorsqu'il est appliqué où cela a un sens, donc sans extension de la série). Le coefficient k_t calculé avec le MHP est plus sensible à une révision de PIB_t. Le filtre MHP est approximativement équivalent à une transformation du filtre HP qui augmenterait l'écart au trend de 43%. 	<p>MHP</p> <ul style="list-style-type: none"> + MHP permet de réduire le problème des extrémités (sans étendre la série) et ainsi de mieux prendre en compte la conjoncture. + Les révisions de PIB entraînent une révision plus importante du coefficient k, ce qui a un impact stabilisant sur le plafond des dépenses (sauf dans le cas exceptionnel où seules des données du passé sont révisées). + Le MHP est approximativement équivalent à un filtre qui semble raisonnable (qui augmente l'écart au trend de 43%). - La différence entre ex-ante et ex-post peut être plus grande avec MHP. - Le filtre HP présente l'avantage d'être déjà incorporé dans certains logiciels.
PIB versus ln(PIB)	<ul style="list-style-type: none"> Le coefficient k est légèrement plus élevé lorsqu'il est calculé avec ln(PIB) (en tout cas si l'on a effectué également les modifications proposées précédemment; par contre l'impact est très faible avec la méthode actuelle). 	<p>ln(PIB)</p> <ul style="list-style-type: none"> + Dans la littérature le filtre est souvent appliqué sur le log (c'est le cas par exemple dans l'article de Hodrick et Prescott). + L'utilisation du log permet d'éviter un surplus budgétaire systématique en cas de taux de croissance du PIB constant.

Le tableau suivant présente les arguments non pas en fonction des différents éléments pouvant être modifiés dans la méthode actuelle, mais plutôt en fonction des différents critères de choix.

Critères		Alternative / méthode actuelle	
		Notes	Commentaires ("+"=favorable à l'alternative)
Conjoncture	Amplitude des variations de k	++	k selon l'alternative est plus sensible à la conjoncture.
	Timing des variations de k	+	La méthode actuelle désigne 1998 comme la pire année de la décennie précédente
Révision niveau du PIB	Années < t (t est l'année pour laquelle k est calculé)	-	Le coefficient k selon l'alternative est plus sensible aux révisions de PIB. Ceci est essentiellement positif (le manque de sensibilité du coefficient k constitue la motivation de la présente étude). Mais ceci peut éventuellement être perçu comme négatif quand cette révision ne concerne que le passé, car cela entraîne une révision plus forte du plafond des dépenses.
	Années = ou > t	++	
Différence entre coefficient k calculé ex-post et récursivement		-	La différence entre coefficient k calculé ex-post et récursif est plus grande ou plus petite avec l'alternative suivant le type de données. Il semble que pour les données comme le PIB cette différence soit plus grande avec l'alternative (ce qui constitue un point négatif).
2004 Prévisions actuelles du taux de croissance du PIB: 0% en 2003 1.60% en 2004 1.80% après		-	i) Le coefficient k selon l'alternative est plus bas que selon la méthode actuelle (la situation conjoncturelle n'est pas jugée aussi mauvaise): k alternatif =1.005, k méthode actuelle=1.008. Ce qui est parfois (à tort peut-être) considéré comme négatif pour l'alternatif. ii) Si les prévisions deviennent plus pessimistes, avec un taux de croissance pour 2004 de seulement 1% (les autres prévisions de taux de croissance restant constantes) alors les coefficients k selon les deux méthodes sont égaux à 1.010. Si les prévisions devaient devenir encore plus pessimistes, alors l'alternative aurait le k le plus élevé.
Budget équilibré (moyen terme)		+	L'alternative évite un biais systématique si le PIB a un taux de croissance d'espérance constante.
Autre	Absence d'arbitraire (annuel)	+	L'alternative élimine la prise en compte de prévisions qui comportent un élément discrétionnaire (avec ajustement annuel).
	Procédure standard	-	Le HP est standard alors que le MHP est nouveau. Mais le programme qui calcule le trend selon le MHP peut facilement être mis à disposition du public.
	Statu quo de la loi (FHG)	0	L'alternative n'implique pas un changement de loi.

L'alternative ne domine pas la méthode actuelle sur tous les critères, mais elle est globalement préférable. L'argument déterminant est le fait qu'en réduisant le problème des extrémités le coefficient k devient plus sensible à la conjoncture. Nous discuterons plus en détail les objections à l'alternative au §8.4.

8.3. Robustesse des recommandations face à une permutation des degrés de liberté

Pour simplifier l'exposé, nous avons recommandé certains choix concernant les différents degrés de liberté (λ , fin et début de l'intervalle sur lequel le filtre est appliqué, \log , et le choix du filtre HP versus MHP) en les abordant l'un après l'autre. L'alternative que nous proposons finalement n'est que le cumule de ces choix.

A priori, la question peut se poser de savoir si nous serions parvenus aux mêmes conclusions en abordant ces degrés de liberté dans un autre ordre. Ce serait nécessairement le cas si ces degrés de liberté étaient indépendants. Mais ils ne le sont pas. Ainsi, l'argument selon lequel augmenter λ conduirait à accentuer un défaut du filtre HP tomberait si l'on avait auparavant décidé de ne pas prendre en compte les prévisions du plan financier (dans ce cas 1998 n'est plus la pire année des années 90). Si l'on choisissait λ suffisamment grand, alors il ne serait plus vrai que la longueur de l'intervalle n'a pas d'importance tant qu'elle est supérieure à 20 ans.

Bien que ce ne soit pas évident à priori, il se trouve que notre recommandation est robuste face à une permutation de l'ordre dans lequel les différents degrés de liberté sont analysés.

En effet, le fait que la littérature cite rarement un λ supérieur à 100 constitue un argument suffisant et indépendant des autres degrés de liberté contre une augmentation de λ . Une fois $\lambda=100$ choisi, la longueur de l'intervalle sur lequel le filtre est appliqué n'a guère d'importance, quel que soit le choix sur les autres degrés de liberté. On peut montrer qu'il est approprié de ne plus

prendre en compte les prévisions du plan financier, ceci est vrai que le filtre HP soit appliqué sur le PIB ou sur $\ln(\text{PIB})$ (en ce qui concerne le filtre MHP, il est conçu pour réduire le problème des extrémités sans étendre la série, cela n'aurait donc aucun sens d'appliquer MHP sur une série étendue avec des prévisions). Une fois que l'on a décidé de ne pas prendre en compte les prévisions, il convient d'utiliser le MHP plutôt que le HP afin de réduire le problème des extrémités. Ceci reste vrai, indépendamment du fait que le filtre soit appliqué sur le PIB ou sur $\ln(\text{PIB})$. Reste justement à choisir entre PIB et $\ln(\text{PIB})$. Certes, l'impact de ce choix sur le coefficient k dépend de ce qui a été décidé pour les autres degrés de liberté (ainsi le coefficient k n'est pas nécessairement toujours plus élevé avec $\ln(\text{PIB})$ si la série est étendue avec les prévisions du plan financier). Mais notre argumentation en faveur de $\ln(\text{PIB})$ repose sur un argument plus général (un PIB évoluant de façon exponentielle doit être égal à son propre trend) qui est indépendant des autres choix.

Après réflexion, il apparaît donc que l'alternative que nous recommandons est robuste. De plus, nous avons examiné 32 variantes (en croisant deux possibilités pour chacun des cinq degrés de liberté). L'alternative que nous recommandons restait la meilleure.

8.4. Réponses aux arguments potentiels contre l'alternative

S'il n'est pas possible d'être absolument certain d'avoir établi une liste exhaustive des arguments pouvant être évoqués contre l'alternative, nous avons toutefois assidûment cherché à ne laisser aucune zone d'ombres, quitte à évoquer certains points de peu d'importance ou dont la probabilité d'occurrence est très faible:

- **Simplicité**

Le fait que, contrairement au filtre HP, le filtre MHP ne soit pas standard ne constitue pas une objection importante. En effet, le filtre MHP n'est qu'une modification du filtre HP. Le filtre HP ayant été d'abord conçu pour l'analyse ex-post, il n'est pas très étonnant qu'une adaptation soit utile pour l'analyse récursive. Certes, le filtre HP présente l'avantage

d'être incorporé dans des logiciels comme Eviews, mais il serait facile de mettre à disposition du public un programme qui calcul le trend MHP (par exemple un programme Eviews ou un add-in Excel à télécharger depuis notre Homepage).

- **2004**

Le critère « 2004 » ne semble pas décisif. En effet :

i) Ce n'est pas un critère très pertinent (même s'il est pratiquement important), car il faut choisir une méthode en fonction de ses propriétés globales, et non pas de son comportement pour une année spécifique.

On peut certes imaginer une objection à cette réponse. Cette objection consisterait à dire que le problème de niveau qui existe en 2004 est en fait systématique, et provient du fait qu'en ne tenant pas compte des prévisions du plan financier on oublie la référence du taux de croissance moyen. Par exemple, pour le calcul du coefficient k de 2004 selon la méthode actuelle, on tient compte des taux de croissance de 1.8% pour 2005 à 2007. Comparé à ces 1.8%, le taux de croissance 1.6% en 2004 et surtout les taux de croissance des 3 années précédentes sont faibles. Mais faut-il croire à un taux de croissance de 1.8% ? Nous préférons ne pas faire d'hypothèses.

ii) Il n'est pas évident qu'un coefficient k de 1.005 avec les prévisions actuelles (pour 2003 et 2004) soit insuffisamment élevé. Pour juger ce point, il faut notamment tenir compte des deux éléments suivants.

Premièrement, le fait que le taux de croissance soit faible pour une année donnée ne constitue pas en soi une raison d'autoriser des déficits. En effet, ce qui compte c'est le niveau relatif (par rapport aux autres années) du PIB. Si le taux de croissance a été suffisamment fort les années précédentes (comparé à des dates encore plus anciennes)

alors il se peut que le niveau du PIB soit encore relativement élevé malgré une faiblesse du taux de croissance pour l'année courante. Les filtres linéaires (tels que le HP ou MHP) ont précisément pour fonction de pondérer ces différents taux de croissance (on peut montrer formellement que l'écart entre trend et donnée est une combinaison linéaire des variations annuelles).

Deuxièmement, si la période des vaches maigres dure plus longtemps que la période des vaches grasses, il faudra économiser aussi pendant les années de vaches maigres les moins difficiles de façon à pouvoir s'autoriser un déficit durant les pires années.

iii) Même si l'on admettait que le coefficient k calculé selon la méthode alternative est trop faible, cela ne serait plus le cas si les prévisions devenaient plus pessimistes (un taux de croissance de 1% pour 2004 suffirait pour égaliser les coefficients k calculés selon les deux méthodes).

- **Impact d'une révision du PIB concernant uniquement le passé³¹**

Le coefficient k calculé selon l'alternative est plus sensible à une révision du PIB. Ceci constitue un point essentiellement positif. Ainsi, pour la révision de septembre / octobre 2002, le k alternatif est presque deux fois plus sensible. Ceci signifie qu'avec l'alternative la baisse des recettes est plus largement compensée et que le plafond des dépenses est plus stable. Mais cette plus grande stabilité du plafond des

³¹Notons un autre point qui concerne également l'influence des données PIB du passé. La courbe des poids $w_{t,j}$ selon le MHP est monotone et plus régulière que celle des poids \tilde{w}_{t-j} selon MHP qui connaît un maximum à $t-2$ (où t est l'année pour laquelle le coefficient k est calculé) et peut présenter de plus importantes variations quand j change. Ceci a pour conséquence que l'impact d'une année exceptionnelle sur le trend calculé pour l'année budgétaire changera chaque année à mesure que cette année exceptionnelle s'éloigne dans le passé, mais le changement de cet impact sera plus important si les calculs sont effectués avec le filtre MHP. C'est là un point dont il est utile d'être conscient, mais qui ne constitue pas en soi une objection.

dépenses n'est vérifiée que si le PIB de l'année pour laquelle il est calculé est révisé, de sorte que le coefficient k ait quelque chose à compenser. Si par contre la révision du PIB porte uniquement sur le passé, alors il n'y a à priori pas de révision des recettes et la révision du coefficient k ne compense rien (et n'est compensée par rien) ce qui entraîne une révision proportionnelle du plafond des dépenses.

Un plafond des dépenses moins stable face à une révision de données touchant uniquement le passé constitue-t-il un inconvénient de l'alternative ? Il s'agit certes d'un inconvénient pratique car une modification du plafond des dépenses implique de revoir le budget (en particulier une baisse du plafond des dépenses implique de trouver de nouvelles sources d'économie). Mais en principe il est tout à fait normal qu'une révision des estimations de PIB passés entraîne une réévaluation de la position conjoncturelle actuelle (qui est déterminée relativement au passé).

L'autre question est de savoir s'il est probable que des PIB passés soient révisés sans que cela entraîne une révision du PIB actuel. Ceci est fort improbable. En effet, même au cas où rien ne changerait sauf une donnée du passé, c'est généralement les taux de croissance qui seraient considérés comme constants, ce qui implique que la révision du passé aurait un impact sur les niveaux de PIB ultérieurs.

- **Différence entre k récursif et k ex-post**

Il s'agit du seul point faible de notre alternative qui soit véritablement important. Le professeur Yvan Lengwiler a attiré notre attention sur ce point. Il a comparé les filtres HP et MHP en les appliquant sur des données de PIB réels américains (en utilisant les mêmes intervalles pour les deux filtres; il s'agit d'une comparaison de ces filtres et non pas de la méthode actuelle versus l'alternative tenant compte des quatre modifications proposées). Il observe que la différence entre l'output gap

calculé récursivement et ex-post est plus grande avec le HP modifié (par ailleurs, il compare ces output gaps avec l'estimation du CBO et constate que le MHP n'est pas meilleur).

Ceci signifie que l'écart entre le coefficient k de 2004 calculé en 2003 et la valeur de ce même coefficient calculé en 2020 lorsque l'on connaîtra les PIB des deux premières décennies du 20ème siècle, risque d'être plus grand si ces calculs sont effectués avec le HP modifié plutôt qu'avec le HP habituel. C'est l'aspect pratique de la question.

L'aspect plus théorique consiste en ceci. Nous avons considéré le problème des extrémités comme un impact exagéré de la dernière donnée sur le trend. Nous avons modifié le filtre de façon à ce que les points aux extrêmes soit traités d'une façon plus similaire aux autres points. Ceci a eu pour conséquence de réduire l'impact du dernier point. Mais contrairement à ce que l'on aurait pu imaginer, cela n'a pas nécessairement pour effet de réduire l'écart entre les valeurs récursives et ex-post.

L'écart ex-ante versus ex-post dépend des données. Le filtre MHP atténue les sinus de hautes fréquences davantage que ne le fait le filtre HP (ce qui constitue un argument en faveur du MHP puisqu'il s'agit d'éliminer les fluctuations conjoncturelles de courtes périodes). Comme le trend ex-post d'un sinus est zéro, l'écart ex-ante versus ex-post est alors plus faible avec le MHP. Par contre le filtre MHP renforce davantage que le filtre HP les oscillations de basses fréquences, ce qui conduit dans ce cas à une plus grande différence entre ex-ante et ex-post. Une explication imaginable du comportement du MHP sur les données de PIB pourrait être que ces données contiennent beaucoup de sinus de basses fréquences.

Examinons ce que cet effet représente quantitativement sur des

données suisses. Si les filtres HP et MHP sont appliqués de manière identique sur les données de PIB suisse (ex post sur l'intervalle [1980;2004]; récursif sur l'intervalle $[t-23 ; t]$; données ex-post), alors la déviation standard de l'écart entre k ex-post et k ex-ante est 15% plus élevé pour le MHP. Si l'on compare la méthode actuelle avec l'alternative (MHP à la place de HP, plus les autres modifications) et en utilisant pour le calcul récursif les données connues dans le passé (il est nécessaire de ne pas utiliser des données ex-post pour le calcul récursif, car cela reviendrait pour la méthode actuelle à utiliser des prédictions parfaites), alors on obtient que la déviation standard de l'écart entre coefficient k calculé ex-post et ex-ante est 4% plus élevé avec l'alternative. L'écart selon l'alternative semble donc avoir une déviation standard plus élevée que selon la méthode actuelle, mais pas d'un autre ordre de grandeur.

Rappelons par ailleurs que le filtre MHP est approximativement équivalent à augmenter l'écart entre le trend et les données de 43%. Il est donc approximativement équivalent à un filtre qui semble raisonnable (celui que nous aurions obtenu en supposant que l'élasticité des dépenses est égale à 1.43).

9. Conclusion

Nous répondons par l'affirmative à la question du Conseil fédéral de savoir si « grössere Auschläge im k-Factor sachgerechter wären ». Le coefficient k calculé selon la méthode actuelle tient en effet insuffisamment compte de la conjoncture à cause de ce qui est nommé dans la littérature « the end-point bias »³².

³² A priori, à cette cause du manque de sensibilité du coefficient k pourrait s'en ajouter d'autres, en particulier une élasticité non unitaire des recettes face à une variation du PIB. Mais d'autres

Nous proposons une modification de la méthode actuelle qui réduit ce problème des extrémités. L'alternative que nous recommandons se distingue de la méthode actuelle par les quatre modifications suivantes. Premièrement, ne sont plus pris en compte les prévisions de PIB concernant des années postérieures à l'année pour lequel le plafond des dépenses est calculé. Deuxièmement, le filtre HP est modifié de sorte à ce que le PIB de la dernière année ait moins de poids pour le calcul de son trend (car le problème des extrémités provient du fait que les PIB des extrémités ont un impact exagéré sur le PIB trend). L'effet de cette modification est approximativement semblable à celui qu'impliquerait une élasticité des recettes égale à 1.43. Troisièmement, appliquer le filtre sur $\ln(\text{PIB})$ plutôt que le PIB. Quatrièmement, mais il s'agit là d'une modification purement esthétique avec un impact négligeable sur le calcul du coefficient k : appliquer le filtre sur un intervalle de longueur constante.

Avec les modifications que nous proposons, le coefficient k sera plus sensible à la conjoncture. Ceci signifie que de plus grands déficits seront autorisés en période de basse conjoncture, mais également que de plus grands surplus seront exigés en période de haute conjoncture.

travaux (voir Colombier, 2003a) montrent que l'hypothèse d'une élasticité unitaire ne peut pas être rejetée (bien qu'à l'autre extrême une élasticité de 2 ne puisse pas être non plus rejetée).

Bibliographie

Ammann Y. (2002), « Quelques réflexions à propos des règles de politique budgétaire », seco.

Baxter M. and R. King (1995), « Measuring Business Cycles Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series », NBER 5022.

Bruchez P.-A. (2003a), « A Modification of the HP Filter Aiming at Reducing the End-Point Bias », AFF.

Bruchez P.-A. (2003b), « Will the Swiss fiscal rule lead to stabilization of the public debt? », AFF.

Colombier C. (2003a), « Kann mit Hilfe statistischer Methoden eine robuste Schätzung für den Zusammenhang zwischen dem nominalen Bruttoinlandsprodukt und den Bundeseinnahmen durchgeführt werden? », AFF.

Colombier C. (2003b), « Eine Neubewertung der Schuldenbremse », AFF.

Colombier C. and A. Frick (2000), « Überlegungen zur Schuldenbremse », in: "Konjunktur" Monatsbericht 11/2000 und 12/2000, Jg. 63, KOF.

Danninger S. (2001), « Switzerland's Debt Brake », IMF.

Geier A. (2003), « Notiz zu rekursiven Simulationen der Schuldenbremse mit verschiedenen, auf dem HP-Filter beruhenden, Glättungsverfahren », AFF.

Hodrick, R.J. and E.C. Prescott (1997), « Postwar US Business Cycles: An Empirical Investigation », Journal of Money, Credit and Banking 29, 1-16.

Kaiser R. & A. Maravall (2001), « Measuring Business Cycles in Economic Time Series », Lecture Notes in Statistics, Springer.

King R.G. and S. Rebelo (1993), « Low frequency filtering and real business cycles », Journal of Economic Dynamics and Control 17, 207-231.

Lengwiler Y. (2001), « Comments on „Switzerland's Debt Break“ by the IMF, prepared by Stephan Danninger », SNB.

Litschig S. (2002), « Macroeconomic Stabilization Properties of the Swiss Expenditure Rule : an Assessment », HEI.

OECD (2002), « Economic Survey of Switzerland, 2002 ».

Ruoss E; and M. Savioz (2002), « How accurate are GDP forecasts – a survey for Switzerland », SNB, Quartely Bulletin 3/2002.

Schips B. and all. (2003), « Gutachten zu ausgewählten Problemen der Schuldenbremse – Schlussbericht », KOF.

Annexe : Le „smoothing parameter“ lambda

Après avoir discuté les interprétations de λ (§1), nous expliquerons comment la valeur $\lambda=100$ a été obtenue et pourquoi d'autres valeurs ont été proposées (§2).

1 Trois interprétations de λ

Il existe trois interprétations du smoothing parameter du filtre HP. La première (§1.1) justifie la terminologie „smoothing parameter“, la seconde (§1.2) permet de calculer sa valeur numérique en fonction du ratio des variances des chocs conjoncturel et structurel, la troisième (§1.3) permet de calculer sa valeur numérique en fonction de la période des cycles (conjoncturels) que l'on souhaite éliminer du trend.

1.1. Pondération de la composante lissante de la penalty function

Soit y_t le PIB de l'année t (t allant de 1 à T). Le filtre HP calcul les PIB trend g_t de sorte à minimiser la fonction de coût suivante:

$$\sum_{t=1}^T (y_t - g_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(g_{t+1} - g_t) - (g_t - g_{t-1})]^2$$

Cette fonction de coût contient deux parties:

$\sum_{t=1}^T (y_t - g_t)^2$ entraîne une pénalité si le trend s'écarte des valeurs effectives.

S'il n'y avait que ce terme (comme c'est le cas si $\lambda=0$), le „trend“ serait simplement toujours égal au PIB effectif.

$\sum_{t=2}^{T-1} [(g_{t+1} - g_t) - (g_t - g_{t-1})]^2$ entraîne une pénalité si le trend change de pente.

C'est cette seconde partie qui empêche le trend de trop zigzaguer. Si λ est infini, le trend est une droite. C'est en fait la droite des moindres carrés.

On comprend pourquoi le coefficient λ est appelé le „smoothing parameter“: plus il est élevé, plus un changement de pente du trend sera pénalisé, et plus le trend optima sera donc droit.

1.2. Ratio des variances conjoncturelles et structurelles

Imaginons un univers dans lequel la dynamique du PIB est la suivante. Le PIB est la somme d'un PIB trend et d'un choc conjoncturel. Le choc conjoncturel suit une loi normale d'espérance nulle et de variance V_c , de plus les chocs sont indépendants les uns des autres. L'évolution du trend est indépendante des chocs conjoncturels. Elle est définie par le fait que le taux de croissance du PIB de l'année prochaine est simplement identique au taux de croissance de l'année courante, sauf s'il y a un choc sur le taux de croissance (il s'agit d'un second type de chocs, indépendants des chocs conjoncturels). Ce choc sur le taux de croissance suit une loi normale d'espérance nulle et variance V_m . Il s'agit d'un choc structurel dans le sens où son impact sur le taux de croissance est permanent (marche aléatoire du taux de croissance), alors que le choc conjoncturel a un impact purement transitoire (le choc conjoncturel au temps t n'a aucun impact sur le PIB au temps $t+1$).

On peut montrer³³ que dans un univers où le PIB suit la dynamique décrite ci-dessus, le filtre HP avec $\lambda = V_c/V_m$ est le meilleur filtre pour distinguer les chocs conjoncturels et structurels.

1.3. Lien avec la période du cycle conjoncturel (analyse spectrale)

Le terme „filtre“ provient de l'analyse spectrale. L'idée de base est que toute courbe peut être décomposée en une somme (infinie) de fonctions sinus et cosinus de diverses périodes (décomposition de Fourier). Chercher un trend revient à essayer d'éliminer les fonctions sinus et cosinus qui ont des périodes courtes. En ce sens, les données sont filtrées. On peut montrer que le filtre HP

³³ Voir King & Rebelo (1993). Ces auteurs montrent sous quelles hypothèses le filtre HP est le filtre optimal. Ils soulignent également que ces hypothèses sont peu réalistes.

est un filtre qui atténue les composantes correspondant à des périodes courtes: plus la période est courte, plus la composante est atténuée. La période qui est atténuée de moitié est donnée par $T_0 = \pi / \arcsin(2^{-1} \lambda^{-1/4})$. Notons toutefois que cette formule n'est valable que lorsque le filtre HP est appliqué ex-post (two-sided filter). Plus λ est grand, plus T_0 est grand. Quand λ est très grand, seuls les mouvements de périodes de très longues durées subsistent, ce qui constitue une justification supplémentaire de la dénomination „smoothing parameter“. Si l'on choisit une valeur pour T_0 (ce qui revient à définir ce que l'on entend par cycle conjoncturel), alors on peut en déduire une valeur pour λ .

2. Comment a-t-on choisi $\lambda=100$?

Pour des données trimestrielles, Hodrick & Prescott (1997) considèrent que $V_c=5^2$ et $V_m=(1/8)^2$. Ils utilisent $\lambda=V_c/V_m$ et trouvent que $\lambda=1600$ pour des données trimestrielles³⁴. Il s'agit maintenant de calculer λ pour des données annuelles. La formule utilisée est $\lambda(\tau)=\lambda*(1/\tau)^2$ où $\lambda(\tau)$ est le lambda correspondant à des données de périodicité τ trimestres. Comme une année a $\tau=4$ trimestres, cette formule donne une valeur de $\lambda=100$ pour des données annuelles.

Ce raisonnement présente plusieurs points faibles: Premièrement, il n'est pas sûr que le PIB suive la dynamique qui conduit à l'optimalité du filtre HP et à la formule $\lambda=V_c/V_m$. Deuxièmement les valeurs $V_c=5^2$ et $V_m=(1/8)^2$ retenues par Hodrick et Prescott pour les Etats-Unis ne sont peut-être pas valables pour la Suisse. La valeur $\lambda=1600$ peut toutefois être défendue par l'analyse spectrale. Remplacer λ par 1600 dans la formule $T_0 = \pi / \arcsin(2^{-1} \lambda^{-1/4})$ donne $T_0=39.7$ trimestres, ce qui correspond à 9.9 ans. Le filtre HP sur données trimestrielles avec $\lambda=1600$ élimine donc les oscillations de période inférieure à 10 ans (plus exactement: l'oscillation de période 10 ans est réduite de moitié et les oscillations de plus courte période

³⁴ „Our prior view is that a 5 percent cyclical component is moderately large, as is one-eighth of 1 percent change in the growth rate in a quarter. This led us to select $\lambda^{1/2}=5/(1/8)=40$ or $\lambda=1600$ as a value for the smoothing parameter“.

sont encore davantage affaiblies), ce qui est convenable pour un filtre sensé éliminer les fluctuations conjoncturelles.

Troisièmement, même en supposant que $\lambda=1600$ pour des données trimestrielles, il n'est pas évident que $\lambda=100$ pour des données annuelles. En effet, la formule $\lambda(\tau)=\lambda^*(1/\tau)^2$ est contestée. Ravn & Uhlig (1997) argumentent que la bonne formule est $\lambda(\tau)=\lambda^*(1/\tau)^4$, ce qui donnerait $\lambda=6.25$ pour des données annuelles. Il est aussi possible d'argumenter que $\lambda=6.65$ pour des données annuelles. On obtient ce chiffre si on prend comme critère d'obtenir le même T_0 pour les séries trimestrielles et annuelles. Nous avons vu que $\lambda=1600$ pour les données trimestrielles implique que $T_0=39.7$ trimestres, ce qui vaut 9.9 ans. Il s'agit donc de trouver le λ pour les données annuelles qui conduirait à ce T_0 de 9.9. La solution est $\lambda=6.65$. D'autres critères que T_0 peuvent être utilisés pour établir la correspondance entre λ trimestriel et λ annuel. Selon le critère utilisé, la valeur de λ annuel peut varier, mais Maravall and Rio (2001) argumentent qu'elle reste comprise entre 6 et 7 (pour le cas où les données annuelles sont égales à la somme ou à la moyenne des données trimestrielles), soit une valeur très différente de $\lambda=100$.

Ces valeurs si basses pour λ ont toutefois été obtenues en utilisant les propriétés spectrales du filtre appliqué ex-post. Le filtre HP a été proposé par Hodrick et Prescott pour analyser les caractéristiques du cycle conjoncturel. Pour cet usage, une application ex-post (avec élimination des points vers les extrémités) est adéquate. C'est pourquoi la discussion dans la littérature fait généralement référence aux propriétés spectrales du filtre appliqué ex-post. Dans notre cas, c'est les propriétés spectrales du filtre appliqué récursivement qui sont pertinentes. Or, la période qui est atténuée de moitié par le filtre HP(100) appliqué récursivement est située entre 7 et 8 ans (voir le graphique « amplitude response » dans Bruchez (2003a); idem pour le MHP), ce qui est compatible avec la définition habituelle du cycle conjoncturel. Ceci signifie que, même du point de vue de l'analyse spectrale, la valeur $\lambda=100$ n'est finalement pas si mauvaise pour le filtre appliqué récursivement.