



1. Dezember 2020

---

# Analyse alternativer Verfahren zur Berechnung des Konjunkturfaktors

## Grundlagenbericht / Rapport de base

---

Samuel Schmassmann  
Pierre-Alain Bruchez  
Sandra Wiedmer

**Hinweis:** Dieser Bericht spiegelt die Meinungen der Autoren, jedoch nicht notwendigerweise die offiziellen Positionen des Amtes, des Departements oder des Bundesrats, wider. Für die in diesem Bericht vertretenen Thesen und allfällige Irrtümer sind in erster Linie die Autoren selbst verantwortlich.

Dieser Bericht sowie die darin enthaltenen Analysen sind unter hohem Zeitdruck entstanden. Er enthält deshalb stellenweise Wiederholungen und ist auf Französisch wie auch auf Deutsch verfasst. Er widerspiegelt den Stand der Arbeiten vom Dezember 2020. Zusammen mit dem Ergänzungsbericht bildete dieser Bericht die Grundlage für die externen Gutachten. Das Papier erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit.

Für eine Zusammenfassung des Projekts zur Analyse alternativer Verfahren zur Berechnung des Konjunkturfaktors, wird an dieser Stelle auf den Schlussbericht verwiesen.

**Remarque:** Ce rapport reflète les opinions des auteurs, mais pas forcément les positions officielles de l'office, du département ou du Conseil fédéral. Les thèses qui y sont défendues et les erreurs éventuelles relèvent avant tout de la responsabilité des auteurs.

Ce rapport et les analyses qu'il contient ont été élaborés dans des délais très serrés. Par conséquent, le texte contient parfois des répétitions. Le rapport est rédigé aussi bien en français qu'en allemand. Il rend compte de l'état des travaux de décembre 2020. Le rapport de base et le rapport complémentaire ont constitué le point de départ des expertises externes. Le rapport de base n'a pas la prétention d'être exhaustif.

Un résumé du projet d'analyse de méthodes alternatives pour le calcul du facteur conjoncturel est disponible dans le rapport final.

Remerciements à Peter Stalder, ainsi qu'à la section conjoncture du SECO et à nos collègues de ÖAB et FP pour leur feed-back sur une version préliminaire de ce papier.

# Table des matières

<b>Résumé</b> .....	<b>4</b>
<b>1 Contexte</b> .....	<b>10</b>
<b>2 Critères de choix de la méthode de calcul du PIB trend</b> .....	<b>14</b>
<b>3 Méthodes étudiées pour le calcul du PIB trend</b> .....	<b>16</b>
<b>4 Résultats sur les données historiques (toutes les méthodes)</b> .....	<b>19</b>
<b>4.1 Volatilité du PIB trend et symétrie</b> .....	<b>19</b>
4.1.1 Haute volatilité du PIB trend calculé par filtres multivariés et fonctions de production .....	23
4.1.2 Grande dispersion d'output gap moyen à l'intérieur de chacun des trois grands types .....	26
4.1.3 Importance relative des deux axes .....	26
4.1.4 Examen détaillé de MHP .....	27
4.1.5 Comparaison plus détaillée entre MHP, SSU et les autres méthodes .....	32
4.1.6 Utilisation pour SSU d'un autre indicateur de la situation sur le marché du travail que ILO .....	34
4.1.7 Résumé intermédiaire et graphiques consolidés .....	34
<b>4.2 Evolution temporelle du PIB trend et du coefficient k</b> .....	<b>38</b>
<b>5 Résultats sur les données artificielles (méthodes univariées)</b> .....	<b>41</b>
<b>5.1 Données stylisées</b> .....	<b>41</b>
5.1.1 MHP sur marche d'escalier descendante .....	41
5.1.2 Extrapolation (géom) sur marche d'escalier descendante et sur un sinus de période 6 ans .....	43
5.1.3 Hamilton sur un sinus de période 6 ans .....	44
<b>5.2 Données randomisées</b> .....	<b>44</b>
5.2.1 Output gap moyen et volatilité du PIB trend .....	45
5.2.2 Capacité à retrouver le véritable potentiel .....	47
5.2.3 Lien entre Randwert-Instabilität et capacité à retrouver le véritable potentiel .....	50
5.2.4 Limites des conclusions tirées des données randomisées .....	51
<b>6 End-point bias et Randwert-Instabilität</b> .....	<b>52</b>
<b>6.1 Lien entre End-point bias et volatilité du PIB trend</b> .....	<b>52</b>
<b>6.2 Randwert-Instabilität</b> .....	<b>54</b>
<b>6.3 Lien entre Randwert-Instabilität, end-point bias et récursivité</b> .....	<b>56</b>
<b>7 Autres critères</b> .....	<b>59</b>
<b>7.1 Praticabilité, transparence et faible manipulabilité</b> .....	<b>59</b>
<b>7.2 Continuité et faible ampleur des modifications légales</b> .....	<b>61</b>
<b>8 Short-list</b> .....	<b>62</b>
<b>8.1 PFmhpKAE</b> .....	<b>62</b>
<b>8.2 MHP (ou PFmhpKAE) avec <math>\lambda</math> plus élevé et fenêtre plus étroite</b> .....	<b>69</b>
<b>8.3 OLUFHP</b> .....	<b>73</b>
<b>8.4 Fonction de production</b> .....	<b>73</b>
<b>8.5 SMod</b> .....	<b>73</b>
<b>9 Conclusion</b> .....	<b>74</b>

<b>Annexe I :</b>	<b>Output gap cumulé dû à un choc pour une version modifiée de la méthode géométrique.....</b>	<b>75</b>
<b>Annexe II :</b>	<b>Autres résultats stylisés.....</b>	<b>77</b>
<b>Annexe III :</b>	<b>PFmhpKAE .....</b>	<b>78</b>
<b>Annexe IV :</b>	<b>PF Simple.....</b>	<b>80</b>
<b>Annexe V :</b>	<b>Adjustierungen der Inputvariablen und Berechnungen zu Zeiten von Corona.....</b>	<b>84</b>
<b>Annexe VI :</b>	<b>Module de symétrisation .....</b>	<b>85</b>
<b>Annexe VII :</b>	<b>Rôle de la pondération dans le module de symétrisation .....</b>	<b>91</b>
<b>Annexe VIII :</b>	<b>Produktionsfunktionen.....</b>	<b>95</b>
<b>Annexe IX :</b>	<b>Multivariate Filter .....</b>	<b>104</b>
<b>Annexe X :</b>	<b>Filtre linéaire univarié optimal .....</b>	<b>105</b>
<b>Annexe XI :</b>	<b>Symétrie récursive des filtres univariés linéaires .....</b>	<b>112</b>
<b>Annexe XII :</b>	<b>Mesure alternative de volatilité .....</b>	<b>114</b>
<b>Références .....</b>		<b>118</b>

# Résumé

## Contexte

Pour fixer le plafond des dépenses des finances fédérales dans le cadre du frein à l'endettement, le coefficient  $k$  (plus précisément le PIB trend) est calculé depuis 2004 avec le filtre MHP (avec « smoothing parameter »  $\lambda=100$ ). Jusqu'à la crise du Covid-19, ce filtre a essentiellement donné satisfaction. Le PIB trend était toutefois jugé trop volatile. Cette volatilité est en grande partie due au fait que le filtre doit être appliqué récursivement (plutôt qu'ex-post). Il est toutefois possible de la réduire, notamment en augmentant  $\lambda$ . Nous en étions à pondérer les avantages et inconvénients d'alternatives pour réduire la volatilité du PIB potentiel quand survint la crise du Covid-19 en 2020. Même si la croissance du PIB trend diminuera fortement en 2020, son niveau sera nettement plus élevé que celui du PIB effectif. Le coefficient  $k$  accorde donc des déficits largement suffisants en 2020 (les importantes dépenses supplémentaires causées par la pandémie seront traitées selon la procédure extraordinaire). La faible croissance du PIB trend conduit toutefois à une réduction de l'output gap qui finit par changer de signe : le PIB effectif devient supérieur au PIB trend. C'est pourquoi MHP (100) commence à exiger des surplus dès 2022, ce qui est jugé prématuré. Ce problème pour 2022 révèle plus généralement une faiblesse de la méthode actuelle face à de très grands chocs.

## Analyse sur les données historiques

Dans ce papier, nous étudions une large gamme d'alternatives univariées, multivariées et basées sur une fonction de production (la liste se trouve au Tableau 1). Il n'est pas facile de trouver une meilleure alternative, car MHP (100) a de bonnes propriétés en temps ordinaires. Non seulement, MHP (100) permet bien de satisfaire l'exigence de compensation à terme des déficits (symétrie), mais se trouve aussi parmi les méthodes conduisant aux PIB trend les moins volatiles lorsque l'on mesure la volatilité du PIB trend par la somme des carrés des variations annuelles de deux années consécutives de son log (RSS Diff-in-Diff) comme utilisé dans la fonction de coût de HP (des calculs que nous avons réalisés après la rédaction de ce papier, et qui n'ont donc pas été pris en compte dans le corps du texte, montrent toutefois que le score de MHP (100) n'est plus si bon si on utilise l'écart-type des variations annuelles du log du PIB comme mesure de volatilité; voir l'addendum au §4.1 pour une brève présentation des différences qualitatives entre ces deux mesures et l'Annexe XII pour des résultats quantitatifs avec la seconde mesure). Malgré les critiques, la volatilité de son PIB trend n'est donc pas si élevée comparée à celle d'autres méthodes. Cette faible volatilité du PIB trend est particulièrement importante, car elle conduit à un plafond des dépenses peu volatile. Or l'objectif principal de la prise en compte de la conjoncture est justement de stabiliser le plafond des dépenses. Soulignons que le passage de HP à MHP en 2004 a réduit la volatilité du PIB trend en diminuant le « end-point bias » (c'est-à-dire la sensibilité exagérée du PIB trend aux modifications de la dernière valeur du PIB effectif). La Figure 14 montre qu'un faible end-point bias est corrélié à une faible volatilité du PIB trend.

A notre grande surprise, les méthodes complexes (multivariées ou fonctions de production) conduisent à un PIB trend plus volatile que MHP (100). Nous explorons des causes pouvant expliquer cette volatilité. Premièrement, certaines informations additionnelles intégrées par les méthodes basées sur une fonction de production peuvent incorporer beaucoup de bruit. Nous trouvons que la courbe de Phillips utilisée pour calculer le NAWRU des fonctions de productions classique et simple a perdu de sa validité (Figure 2). Les doutes sur la validité de la courbe de Phillips engendrent une méfiance plus générale envers toutes les méthodes qui l'utilisent. Il reste toutefois possible que d'autres façons de prendre en compte le marché du travail permettent de mieux exploiter cette source d'information. Deuxièmement, augmenter le  $\lambda$  utilisé par les méthodes multivariées permet de réduire la volatilité du PIB potentiel (alors que nous avons initialement choisi une valeur standard :  $\lambda=1600$  sur des données trimestrielles). En comparant un filtre HP basé sur des données annuelles versus trimestrielles, nous

trouvons que la formule de Ravn et Uhlig (basée sur l'analyse spectrale) pour calculer comment  $\lambda$  varie avec la fréquence des données est plus appropriée ( $\lambda=25'600$  trimestriel correspond à  $\lambda=100$  annuel). Troisièmement, prendre en compte le chômage par l'indicateur « Rekrutierungsschwierigkeiten » plutôt que ILO permet de diminuer la volatilité du PIB trend des méthodes multivariées prenant en compte le marché du travail tout en rapprochant l'output gap moyen de zéro (consulter la Figure 1bis au §4.1.7 qui est la Figure 1 complétée par HP trimestriel, SSU avec  $\lambda=25'600$  et SSU avec indicateur de « Rekrutierungsschwierigkeiten »). Quatrièmement, la taille de la fenêtre influence les estimations du PIB Trend plus fortement que pour les filtres univariés, parce que les structures économiques anciennes se manifestent dans les relations économiques estimées par le modèle (exemple : courbe de Phillips).

Ces bonnes propriétés de MHP (100) en matière de symétrie et de volatilité du PIB trend, sont montrées sur des données historiques appliquées à toute notre gamme de méthodes (Figure 1, pas de Kurzarbeit sur la période considérée), ainsi que sur des données artificielles randomisées (Figure 9) appliquées uniquement aux filtres univariés. Si l'on veut réduire encore la volatilité du PIB trend, la meilleure option parmi les alternatives citées dans le Tableau 1 semble être d'augmenter le  $\lambda$  de MHP. Ceci permet aussi de réduire le problème de 2022 (Figure 7). Vu le rôle central que ces premiers résultats accordent à MHP, nous avons étudié plus exhaustivement ses propriétés sur les données historiques, en particulier comment la volatilité du PIB trend et la symétrie varient quand changent  $\lambda$  et la taille de la fenêtre temporelle sur laquelle le filtre est appliqué. Il s'avère qu'il est parfois possible en modifiant  $\lambda$  de réduire la volatilité du PIB trend tout en augmentant la symétrie (dernier graphique de la Figure 4). De plus, l'impact d'une modification de  $\lambda$  dépend crucialement de la taille de la fenêtre. Nous trouvons que choisir  $\lambda=\infty$  tout en réduisant nettement la taille de la fenêtre (parmi celles que nous avons étudiées, les meilleures options sont des fenêtres entre 12 et 15 ans, alors que la fenêtre actuelle est de 24 ans) permet de réduire la volatilité de la méthode actuelle tout en augmentant la symétrie. Notons que, contrairement à HP ( $\infty$ ), MHP ( $\infty$ ) n'est pas une droite des moindres carrés. HP ( $\infty$ ) ne conduit d'ailleurs pas à d'aussi bons résultats que MHP ( $\infty$ ) sur la volatilité du PIB trend et la symétrie (Figure 5).

Nous profitons de cette analyse plus exhaustive de MHP pour le comparer sur une gamme plus large de paramètres à un filtre multivarié intégrant le marché du travail (SSU). L'évolution du chômage semble en effet particulièrement pertinente pour évaluer la situation conjoncturelle. Nous trouvons qu'il y a toujours un MHP supérieur à n'importe quel SSU (Figure 6), même quand on autorise pour SSU une large gamme de  $\lambda$  et deux types de fenêtres : une fenêtre mobile (20 ans) ou une fenêtre croissante (débutant avec une largeur de 20 ans et dont le dernier point augmente au cours du temps alors que le premier reste fixé à 1980). Nous constatons de plus que les résultats dépendent du type de fenêtre, car la fenêtre croissante conserve les hauts niveaux de chômage des années 90 qui font voir d'un jour plus favorable la situation conjoncturelle des années 2010. D'autres alternatives encore pourraient être analysées. Dans son feed-back à une version préliminaire du présent papier, Peter Stalder a étudié un filtre multivarié intégrant le marché du travail (SSU) et prenant en compte le Kurzarbeit.

### **Données artificielles**

Les données artificielles randomisées évoquées ci-dessus sont construites de la façon suivante. Nous nous donnons un PIB potentiel (le PIB trend moyen du SECO, mais aussi pour l'analyse de sensibilité la droite des moindres carrés passant par ce PIB trend moyen) et un processus aléatoire qui génère les output gaps (nous prenons un AR (2) calibré sur les données historiques) et construisons une série de PIB effectif que nous soumettons aux différentes méthodes univariées pour qu'elles calculent le PIB trend. Nous pouvons alors comparer ce PIB trend avec le PIB potentiel véritable que nous connaissons par construction. Mentionnons d'emblée que le ranking sur cet indicateur n'est pas très robuste (Figure 10). Il apparaît que MHP (100) et MHP (500) sont plutôt mauvais pour retrouver le PIB trend véritable, largement devancés par HP. S'il s'agissait d'analyse conjoncturelle, ce défaut serait décisif. Mais

dans le contexte du frein à l'endettement, obtenir un PIB trend lisse est plus important que retrouver le véritable PIB trend. Or MHP conduit à un PIB trend plus lisse que HP.

Les données artificielles randomisées peuvent aussi être utilisées pour étudier les liens entre différents indicateurs. Nous nous posons notamment la question de savoir si les méthodes présentant une plus faible Randwert-Instabilité parviennent mieux à retrouver le véritable PIB trend. La Randwert-Instabilité quantifie la mesure dans laquelle la perception de la conjoncture en temps réelle est révisée ultérieurement (la perception de la conjoncture de 2015 n'est pas la même en 2020 qu'en 2015). La pertinence de ce critère est discutable, car il est légitime que la conjoncture en une année donnée soit perçue différemment quelques années plus tard quand on sait comment l'économie a évolué ultérieurement. Une corrélation entre la Randwert-Instabilité et la capacité à retrouver le PIB trend véritable aurait donné un fondement plus solide à ce critère. Nous ne trouvons pas un tel lien (Figure 13). Même si nous ne sommes pas convaincus de la pertinence du critère de la Randwert-Instabilité, nous prenons note que sur ce critère HP est meilleur que MHP (Figure 16). En nous fondant sur des données artificielles stylisées nous présentons des explications intuitives, notamment pour ces résultats.

### Critères qualitatifs

Nous avons discuté ci-dessus les performances de différentes méthodes sur les critères de symétrie, faible volatilité du PIB trend, capacité à retrouver le véritable PIB trend et faible Randwert-Instabilité (en mettant l'accent sur les deux premiers). D'autres critères encore doivent être pris en compte : i) la praticabilité (disponibilité des données, ressources et temps nécessaire pour effectuer les calculs, niveau des connaissances nécessaire pour utiliser la méthode, capacité de la méthode à converger toujours vers un unique résultat), ii) la transparence et faible manipulabilité (prêter flanc aussi peu que possible aux soupçons de manipulation), iii) la continuité (les modifications de méthode doivent être rares), iv) les contraintes légales. Le cadre juridique laisse une marge de manœuvre relativement large tant que les autres critères sont respectés. Les réflexions méthodologiques présentées dans les messages antérieurs du Conseil fédéral doivent être pris en compte. Si l'on remplaçait par exemple MHP (100) par une méthode fondée sur une fonction de production, il faudrait répondre aux objections formulées dans les messages antérieurs. La continuité plaide certes pour MHP (100), mais de façon moins déterminante seize ans après son instauration. La nouvelle méthode devrait toutefois pouvoir elle aussi être utilisée durablement. Tant la praticabilité que la transparence et la faible manipulabilité plaident pour des méthodes simples, comme les filtres univariés. Si une méthode est praticable ou pas peut toutefois dépendre des ressources disponibles pour obtenir les données et effectuer les calculs. La transparence devrait être telle que les calculs puissent être reproduits par une personne externe à l'administration fédérale. Plus la méthode est complexe, plus restreint devient le cercle des personnes aptes à le faire. Si le but de la reproduction des calculs est qu'un externe puisse comprendre toutes les étapes du calcul, cela élimine quasiment une méthode aussi complexe que la fonction de production de la Commission européenne. Si par contre il s'agit de permettre à un externe de connaître les données et les valeurs de paramètres utilisées et pouvoir calculer lui-même le coefficient  $k$  de sorte à percevoir un changement de la méthode qui n'aurait pas été annoncé, alors la méthode de la Commission européenne considérée comme une boîte noire convient avec son interface simple sur Excel.

Plus difficile à gérer est la question de la manipulabilité. Le calcul actuel du coefficient  $k$  n'est pas manipulable par l'Administration fédérale des finances (AFF) puisque la méthode est fixée ( $\lambda=100$  et la fenêtre de 24 ans n'ont pas changé depuis 2004), que la série des PIB annuel passés provient de l'Office fédéral de la statistique, la valeur courante et celle de l'année de budget du groupe d'experts « prévisions conjoncturelles » de la Confédération, les valeurs du plan financier (le plan financier est la période de trois ans suivant l'année de budget) du SECO. L'AFF est certes représentée dans le groupe d'expert, mais est largement minoritaire. Un soupçon de manipulation n'est guère à craindre avec la méthode actuelle. Une méthode plus complexe avec davantage de degrés de liberté prêterait davantage flanc au soupçon. La

fonction de production classique par exemple inclut des changements structurels de l'évolution de la productivité (time trends) difficiles à reconnaître en temps réel. Son changement discrétionnaire peut conduire à des contestations ou soupçons de manipulation. Pour certaines méthodes, des problèmes de calculs (convergence) sont susceptibles de survenir et de contraindre à changer des paramètres. La question de la manipulabilité pourrait être gérée en créant un Fiscal Council. Il est toutefois préférable d'utiliser une méthode intrinsèquement aussi peu manipulable que possible, que de compter sur la crédibilité d'un Fiscal Council.

### **La meilleure alternative**

Compte tenu de ces différents critères, comment remplacer au mieux MHP (100) par une alternative, puisque l'expérience du Covid-19 a montré que MHP (100) exige trop rapidement des surplus budgétaires. La praticabilité, ainsi que la transparence et la faible manipulabilité plaident pour utiliser une méthode aussi simple que possible. Dans cet esprit, nous avons développé la méthode *PFmhpKAE*. Elle est identique à MHP en l'absence de Kurzarbeit, c'est-à-dire la plupart du temps. Elle permet par contre d'intégrer le fait que, dans une crise comme celle de 2020, la chute du PIB est loin de refléter une chute du PIB potentiel : la plupart des personnes en chômage partiel se remettent rapidement au travail une fois le cœur de la crise passé. Pour distinguer les contributions du travail, du capital et de la productivité totale des facteurs, cette méthode nécessite les données suivantes en plus du PIB et du Kurzarbeit : d'autres données sur le marché du travail (chômage, moyenne des heures travaillées par personne active, proportion de personnes actives dans la population, population) et le stock de capital. Contrairement à « PF simple » que nous avons aussi développé, elle n'utilise pas le NAWRU. *PFmhpKAE* est nettement plus complexe que MHP, mais nettement plus simple que la fonction de production classique et celle de la Commission européenne. Les prévisions de Kurzarbeit pour l'année en cours et l'année de budget constituent assurément des degrés de liberté discrétionnaires. Le même problème existe toutefois pour toutes les méthodes qui prennent en compte le Kurzarbeit. Un second problème est qu'intégrer le Kurzarbeit engendre de l'asymétrie.

Une autre alternative serait simplement d'augmenter le  $\lambda$  de MHP. Avec MHP (500), le problème de 2022 disparaît presque (Figure 7). Cette solution présente l'avantage d'éviter la complexité. Elle est relativement « pauschal », ce qui constitue un avantage et un inconvénient. L'avantage est que le problème particulière visible dans une crise massive comme celle de 2020 existe vraisemblablement dans une moindre mesure en temps ordinaire, comme l'indique le fait que nous étions déjà en train de travailler sur le sujet avant le Covid-19. Il serait utile de profiter de l'occasion pour résoudre le problème de façon générale plutôt que ponctuelle. L'inconvénient est qu'augmenter  $\lambda$  ne prend pas en compte certaines spécificités d'une crise telle que celle du Covid-19 qui peuvent être perçues via le Kurzarbeit.

L'approche *PFmhpKAE* est compatible avec augmenter  $\lambda$ . Notre étude approfondie de MHP suggère qu'il convient aussi de jouer sur la taille de la fenêtre temporelle sur laquelle la méthode est appliquée (la Figure 25 indique l'évolution du coefficient  $k$  pour différentes valeurs de  $\lambda$  et largeur de fenêtre).

### **Limitations de la présente étude**

Ce papier a été écrit sous la pression du temps afin que les résultats puissent être soumis à discussion assez tôt pour qu'une décision puisse être prise pour le budget 2022, voire le compte 2020.

Les données historiques ne sont pas nécessairement représentatives de ce qui peut arriver. De plus, nous nous sommes focalisés sur une période relativement courte. Les conclusions risquent donc de ne pas être robustes. C'est pourquoi nous avons utilisé également des données artificielles randomisées. Elles ont notamment l'avantage que l'on peut multiplier à volonté le nombre de simulations : nous avons considéré 500 cas (ce qui est beaucoup comparé à un unique cas historique). Ces résultats ne valent toutefois que dans la mesure où le pro-

cessus générateur est correct. Nous avons constaté qu'une simple modification de ce processus peut modifier significativement certains résultats. Finalement, bien que nous ayons étudié une large gamme de méthodes, nous ne pouvons pas exclure d'avoir omis la meilleure. Nous n'avons pas exploré l'ensemble des paramètres de chacune des méthodes que nous avons étudiées (MHP est l'exception).

Dans la présente étude, nous calculons récursivement selon la procédure actuellement en vigueur : seules les données allant jusqu'à l'année  $t$  sont utilisées pour calculer le PIB potentiel de l'année  $t$ . Utiliser les prévisions de PIB effectif du plan financier pourrait certes permettre d'obtenir un PIB trend plus lisse sur la période contenant le budget et les trois années du plan financier. Ceci comporterait toutefois plusieurs risques (consulter le Box 1 pour une discussion plus approfondie). Premièrement, le calcul du PIB trend du budget (actuellement 2021) serait entaché par les erreurs de prévision du PIB effectif sur le plan financier (allant actuellement jusqu'en 2024). Or il est notoire que les prévisions du PIB effectif à une échéance aussi lointaine sont très hasardeuses. Cette incertitude n'est pas dramatique pour le plafond des dépenses des années du plan financier qui n'est calculé qu'à titre d'information, mais devient problématique pour l'année budgétaire dont le plafond des dépenses est juridiquement contraignant. Deuxièmement, justement parce qu'elles sont très incertaines, les prévisions du PIB effectif du plan financier offrent un moyen aisé pour manipuler le plafond des dépenses, ce qui risque de générer des soupçons que l'Administration fédérale (ou d'autres) manipulent les calculs. Troisièmement, dans la mesure où la méthode n'est pas complètement définie (par exemple quand des avis d'expert interviennent dans l'établissement des prévisions), elle ne peut pas être simulée rétrospectivement ou sur des données artificielles, ce qui rend difficile d'en étudier les propriétés. On pourrait certes comme dans la présente étude supposer une prévision parfaite. Cet irréalisme deviendrait toutefois beaucoup étendu (nous ne le faisons que pour l'année de budget, alors qu'il s'agirait de l'étendre au plan financier) et plus trompeur (il bénéficierait davantage aux méthodes utilisant davantage de prévisions, alors que dans notre étude toutes les méthodes bénéficient des prévisions parfaites dans la même mesure). Quatrièmement, la récursivité gelée sur le plan financier pourrait se manifester par des révisions importantes entre deux plans financiers consécutifs.

Au lieu d'utiliser un filtre univarié sur une série de PIB effectifs rallongée par des prévisions, il est certes possible avec une fonction de production de générer directement des prévisions du PIB potentiel sans utiliser de prévision du PIB effectif (seulement des inputs et de la productivité). Même dans ce cas, il n'est toutefois pas évident qu'il convienne d'utiliser des prévisions ultérieures à l'année pour laquelle le PIB trend est calculé. Une question connexe est de savoir si les prévisions de PIB trend du SECO devraient être simplement utilisées pour calculer le coefficient  $k$ . Nous avons toutefois vu que la fonction de production de la Commission européenne utilisée par le SECO pour ces prévisions souffre d'importants défauts. Le SECO indique d'ailleurs que « Die Mittelfristprognose basiert momentan auf dem Produktionsfunktionssansatz gemäss EK-Methode », ce qui suggère qu'ils pourraient changer de méthode et pose donc un problème de continuité : pour le calcul de d'un plafond des dépenses juridiquement contraignant, les exigences de continuité sont plus fortes que pour l'analyse conjoncturelle.

## Conclusion

Parmi le large éventail de méthodes analysées dans ce papier, les deux meilleures pistes sont à notre avis : i)  $PFmhpKAE$  et ii) augmenter  $\lambda$  en modifiant éventuellement aussi la taille de la fenêtre. Ces deux pistes peuvent être suivies simultanément en choisissant un  $PFmhpKAE$  avec un  $\lambda > 100$  et une taille de fenêtre plus petite que les 24 années de la méthode actuelle. Notre analyse démontre que le MHP est l'une des meilleures méthodes en temps ordinaires, ajouter le Kurzarbeit permet de le rendre plus résistant face à des crises extraordinaires.

Puisque nous nous orientons vers l'ajout du Kurzarbeit à un filtre univarié, il serait utile de s'assurer que MHP est le meilleur filtre univarié. Son score est certes bon comparé à celui d'autres méthodes que nous avons étudiées. Il reste toutefois possible que nous ayons omis



d'étudier un filtre univarié encore nettement meilleur. C'est pourquoi nous avons cherché le meilleur filtre dans la très large classe des filtres univariés linéaires (la quasi-totalité des filtres univariés que nous avons étudiés dans ce papier sont linéaires) : celui qui minimise une fonction de coût tenant compte à la fois de l'output gap et de la volatilité de la croissance du PIB trend. Nos résultats seront prochainement disponibles. Pour des résultats préliminaires, consulter l'addendum ainsi que l'Annexe X. Ces résultats préliminaires sont très prometteurs. Si une étude plus approfondie confirme la supériorité de ce filtre, il conviendra d'intégrer le Kurzarbeit à ce filtre plutôt qu'à MHP.

Une piste que nous n'avons pas poursuivie dans cette étude et qui nous paraît mériter un approfondissement est l'extension de *PFmhpKAE* pour y intégrer pleinement le marché du travail. Il conviendrait d'examiner s'il est possible et souhaitable d'étendre *PFmhpKAE* pour y intégrer davantage le marché du travail dans l'esprit de notre PF Simple, mais d'une autre manière qu'en utilisant la spécification actuelle du NAWRU, voire en renonçant entièrement au NAWRU (une option pourrait être d'utiliser un « Structural Unemployment Rate at Equilibrium » lié à la courbe de Beveridge au lieu d'un NAWRU lié à la courbe de Phillips).

### **Addendum : Filtre linéaire univarié optimal (OLUFHP)**

*Un filtre linéaire univarié optimal appliqué sur les données historiques domine toutes les méthodes que nous avons étudiées jusqu'à maintenant sur le critère de la volatilité du PIB trend comme celui de l'output gap moyen.*

Notre calcul du filtre linéaire univarié optimal arrive trop tard pour que nous puissions vraiment l'intégrer dans le présent papier. Des informations sont données en Annexe X.

Nous avons calculé le filtre linéaire univarié qui minimise récursivement une fonction de coût analogue à celle de HP quand on l'applique à une série en forme de marche d'escalier. Ceci avec l'espoir que le filtre optimal sur une marche d'escalier sera encore bon quand on l'applique à une série quelconque qui peut être vue comme une somme de marches d'escaliers (si un filtre est linéaire, alors le trend d'une somme de marches d'escalier est égal à la somme des trends sur chaque marche d'escalier).

En appliquant le filtre optimal sur les données historiques, nous constatons que les meilleurs parmi les filtres optimaux sont nettement meilleurs que les meilleurs MHP. En particulier, le filtre optimal pour un fenêtré de 15 ans ( $N=14$ ) et  $\lambda = \infty$  domine toutes les méthodes étudiées jusqu'à maintenant. Ceci simultanément sur les critères de volatilité et d'output gap moyen.

Nous devons d'abord vérifier que ce filtre est bien le filtre optimal (dans le cas contraire, il serait possible de proposer une méthode encore meilleure). Nous examinerons son score sur des données artificielles pour nous assurer de la robustesse de sa supériorité : dans quelle mesure notre filtre avec un fenêtré de 15 ans ( $N=14$ ) et  $\lambda = \infty$  reste-t-il le meilleur face à un changement des valeurs et du nombre des données de PIB effectif, est-ce au moins toujours un filtre de cette famille qui est le meilleur ? Nous examinerons aussi l'évolution temporelle de son PIB trend sur des données historiques. Nous présenterons avant la fin de l'année un papier répondant à ces questions. Si une étude approfondie confirme la supériorité de ce filtre, il conviendra d'intégrer le Kurzarbeit à ce filtre plutôt qu'à MHP.

# 1 Contexte

Suite à l'augmentation de la dette durant les années nonante, un frein à l'endettement au niveau fédéral a été adopté en votation populaire en 2001 (85% de votes favorables). Ce frein mis en œuvre pour la première fois en 2003 fixe un plafond des dépenses contraignant pour le budget et pour information sur le plan financier. Une fois l'année écoulée, l'écart entre les dépenses effectives et le plafond des dépenses recalculé avec les données du compte est comptabilisé dans un compte de compensation. Les recettes et dépenses extraordinaires sont soumises au frein à l'endettement via un compte d'amortissement qui accorde davantage de temps pour compenser les déficits.

Selon l'article 126 de la Constitution : « La Confédération équilibre à terme ses dépenses et ses recettes. Le plafond des dépenses totales devant être approuvées dans le budget est fixé en fonction des recettes estimées, compte tenu de la situation conjoncturelle ».<sup>1</sup> L'article 13 de la loi sur les finances précise que « Le facteur conjoncturel correspond au quotient de la valeur tendancielle du produit intérieur brut réel, déterminée selon un lissage du produit intérieur brut sur le long terme, et de la valeur probable du produit intérieur brut réel, pour l'exercice budgétaire considéré ». Mathématiquement :

$$\text{Plafond des dépenses}_t = k_t * \text{Recettes}_t$$

où le facteur conjoncturel  $k_t$  est donné par (Le PIB utilisé dans ces formules est le PIB réel) :

$$k_t = \frac{\text{PIBtrend}_t}{\text{PIB}_t}$$

Si les recettes sont proportionnelles au PIB, le plafond des dépenses est alors égal aux recettes structurelles (c'est-à-dire aux recettes corrigées des fluctuations conjoncturelles) et directement proportionnel au PIB trend. Le coefficient  $k$  vise donc à stabiliser le plafond des dépenses malgré les fluctuations conjoncturelles. Il autorise des déficits en situation de basse conjoncture (quand le PIB effectif est plus bas que le PIB trend) et exige des surplus en haute conjoncture (quand le PIB effectif est plus élevé que le PIB trend).

Lors de l'introduction du frein à l'endettement, le PIB trend a été calculé en lissant la série annuelle de PIB réel par le filtre HP de Hodrick-Prescott avec « smoothing parameter »  $\lambda=100$ . HP souffre toutefois du « end-point bias » : le PIB trend ainsi calculé est exagérément influencé par la dernière valeur du PIB effectif. Ceci est particulièrement pénalisant dans le cadre du frein à l'endettement où c'est justement la dernière valeur du PIB trend qui importe. En effet, le filtre n'est pas appliqué ex-post comme dans les études macroéconomiques où on peut omettre les valeurs des bords de la période considérée. Il est appliqué récursivement sur une fenêtre qui se déplace chaque année d'une année : le calcul du PIB trend en l'an  $t$  n'est pas basé sur les mêmes données que le calcul du PIB trend en  $t-1$ , non seulement parce que les données sont révisées, mais surtout parce qu'il y a une année récente en plus (et, si elle est mobile, une année de moins dans la fenêtre temporelle utilisée pour le calcul du PIB trend). Depuis 2004, le PIB trend est calculé en lissant la série de PIB réel avec le filtre MHP (100) qui est une version du filtre HP modifiée pour réduire le « end-point bias ». Dans la présente étude, tous les calculs sont récursifs (sauf indication contraire).

---

<sup>1</sup> En allemand : «Der Bund hält seine Ausgaben und Einnahmen auf Dauer im Gleichgewicht. Der Höchstbetrag der im Voranschlag zu bewilligenden Gesamtausgaben richtet sich unter Berücksichtigung der Wirtschaftslage nach den geschätzten Einnahmen».

## Box 1 : Récursivité

Dans la présente étude, nous calculons récursivement selon la procédure actuellement en vigueur : seules les données allant jusqu'à l'année  $t$  sont utilisées pour calculer le PIB potentiel de l'année  $t$ . Utiliser les prévisions de PIB effectif du plan financier pourrait certes permettre d'obtenir un PIB trend plus lisse sur la période contenant le budget et les trois années du plan financier.<sup>2</sup> Ceci comporterait toutefois plusieurs risques :

- *Impact des erreurs de prévision des PIB effectifs du plan financier*

Le calcul du PIB trend du budget (actuellement 2021) serait entaché par les erreurs de prévision du PIB effectif sur le plan financier (allant actuellement jusqu'en 2024), voire de PIB effectifs plus éloignés si on décide d'utiliser aussi les prévisions à moyen terme (jusqu'en 2030). Or il est notoire que les prévisions du PIB effectif à une échéance aussi lointaine sont très hasardeuses. Cette incertitude n'est pas dramatique pour le plafond des dépenses des années du plan financier qui n'est calculé qu'à titre d'information, mais devient problématique pour l'année budgétaire dont le plafond des dépenses est juridiquement contraignant.

Au lieu d'utiliser un filtre univarié sur une série de PIB effectifs rallongée par des prévisions, il est certes possible avec une fonction de production de générer directement des prévisions du PIB potentiel sans utiliser de prévision du PIB effectif : il est uniquement nécessaire de prévoir l'évolution des facteurs de production et de la productivité (il faut toutefois s'assurer que les prévisions de PIB effectif sont cohérentes avec celles de PIB potentiel). Si le stock de capital et d'offre de travail évolue de façon relativement stable, de même que le trend de la productivité totale des facteurs, alors le PIB trend peut évoluer aussi de façon relativement stable. Même dans ce cas, il n'est toutefois pas évident qu'il convienne d'utiliser des prévisions ultérieures à l'année pour laquelle le PIB trend est calculé.

- *Manipulation*

Justement parce qu'elles sont très incertaines, les prévisions du PIB effectif du plan financier offrent un moyen aisé pour manipuler le plafond des dépenses, ce qui risque de générer des soupçons de manipulation. Ces prévisions ne seraient certes pas manipulables par l'AFF si elles sont effectuées par le SECO sans interférences de l'AFF, mais elles resteraient manipulables par l'administration fédérale (ou par quiconque est chargé de ces prévisions). La seule option pour véritablement contrer ce second risque consiste à effectuer des prévisions automatiques (c'est-à-dire des prévisions sans degrés de liberté discrétionnaire).<sup>3</sup>

- *Difficulté d'étudier les propriétés d'une méthode incomplètement définie*

La méthode n'est pas complètement définie si les prévisions ne sont pas automatiques. On ne sait alors pas exactement de quelle méthode il s'agit. On ne peut donc guère en étudier quantitativement les propriétés. On pourrait certes comme dans la présente étude supposer une prévision parfaite. Cet irréalisme deviendrait toutefois beaucoup plus trompeur car il bénéficierait davantage aux méthodes utilisant davantage de prévisions, alors que dans la présente étude le même horizon prévisionnel est supposé pour toutes les méthodes. La comparaison de méthodes ayant des horizons prévisionnels différents doit absolument intégrer les erreurs de prévisions. Pourrions-nous nous contenter d'une étude qualitative ? Les surprises que nous ont apportées nos études quantita-

<sup>2</sup> Etendre la série par des prévisions effectuées par un modèle ARIMA est d'ailleurs une approche standard pour gérer la problématique du end-point bias, mais nous y avons renoncé à cause de l'incertitude sur ces prévisions. MHP gère ce problème d'une autre façon.

<sup>3</sup> Pour un filtre donné, il est vraisemblablement possible de générer automatiquement des prévisions telles que ce filtre appliqué ex-post à un horizon temporel situé à la fin des prévisions donne le même PIB trend pour l'année de budget que ce même filtre appliqué récursivement sans prévisions. Dans ce cas, cela relativiserait quelle que peu la différence entre les filtres appliqués récursivement sans prévisions et avec prévisions automatiques.

tives (par exemple la relativement haute volatilité de la croissance du PIB trend engendrée par les méthodes complexes) suggèrent qu'une analyse seulement qualitative n'est pas suffisante.

- *Révisions entre plans financiers successifs*

La récursivité gelée sur le plan financier pourrait se manifester par des révisions importantes entre deux plans financiers consécutifs (qui pourraient même se renforcer plusieurs années de suite). Cela signifierait que le coefficient  $k$  de 2024 annoncé pour information en 2020 serait grandement révisé d'ici que 2024 devienne année de budget.

En cas de prise en compte de prévisions ultérieures à la date pour laquelle le PIB trend est calculé, il serait important que ces prévisions soient automatiques, à la fois pour limiter le risque de soupçons de manipulation et pour pouvoir étudier les propriétés de la méthode sur des données historiques et artificielles.

Depuis 2004, l'expérience avec MHP (100) est positive. L'AFF a toutefois étudié des alternatives. En effet, le PIB trend calculé par MHP (100) était perçu comme insuffisamment lisse. Si les recettes sont proportionnelles au PIB, cette volatilité du PIB trend se traduit par une volatilité du plafond des dépenses. Il est toutefois apparu que cette volatilité du PIB trend était en large partie due à la récursivité et nous verrons qu'elle est plutôt basse en comparaison avec celle découlant d'autres méthodes. Une autre critique formulée contre MHP (100) est qu'en cas de crise durable, ce filtre considère assez rapidement que la situation de crise est la nouvelle normale et cesse d'autoriser des déficits. Une option pour réduire ces problèmes serait d'augmenter  $\lambda$  (en prenant par exemple  $\lambda=500$  plutôt que 100). Ceci rendrait le PIB trend moins volatile et accorderait davantage de répit après un choc négatif. Le filtre prendrait davantage de temps avant de considérer qu'une situation de crise est la nouvelle normale. Mais cette plus grande inertie conduirait aussi à exiger plus longtemps des surplus pour compenser les déficits plus élevés qu'il a autorisés. Nous en étions à peser les avantages et inconvénients d'une augmentation de  $\lambda$  quand survint en 2020 l'épidémie du Covid-19.

Selon les prévisions du SECO utilisées dans ce rapport (celles de 16 juin 2020 ; nos calculs ont été effectués avant la publication des prévisions d'octobre),<sup>4</sup> l'épidémie du Covid-19 conduit à une réduction d'environ 6% du PIB en 2020. Le PIB ne devrait pas retrouver en 2021 le niveau d'avant l'épidémie (il n'augmentera que d'environ 5% par rapport à 2020), mais seulement en 2022 (à cette date, il restera toutefois inférieur à ce qu'il aurait été en l'absence d'épidémie). Le PIB trend calculé par MHP (100) cesse presque de croître en 2020. Le PIB effectif de 2020 ayant fortement baissé, le coefficient  $k$  autorise de larges déficits. Il autorise encore des déficits en 2021. En se rétablissant en 2022, le PIB effectif passe au-dessus du PIB potentiel plus inerte, ce qui conduit le coefficient à exiger des surplus. Or l'économie n'aura pas encore retrouvé son équilibre en 2022. La formule suivante peut toutefois être utilisée pour décrire la situation : « this is not a bug, this is a feature ». Exiger des surplus quand l'économie est encore en basse conjoncture est inapproprié du point de vue de la politique conjoncturelle. Ceci peut par contre être approprié du point de vue de la politique budgétaire compte tenu de l'exigence constitutionnelle de compensation à terme des déficits. Dans la mesure où les chocs sont asymétriques (la crise du Covid-19 ne semble pas avoir d'équivalent positif), la compensation des déficits doit commencer dès que le PIB effectif est supérieur au PIB trend,

<sup>4</sup> Prévisions de PIB réel du SECO pour 2020 et 2021 (compte tenu du Covid-19)

Taux de croissance du PIB réel (Sportevent-bereinigt)	Prévisions du SECO	
	16 juin	12 octobre
2020	-6.2%	-3.8%
2021	+4.9%	+3.8%

Lien sur les prévisions du 16 juin : <https://www.seco.admin.ch/seco/fr/home/seco/nsb-news.msg-id-79457.html>

Lien sur les prévisions du 12 octobre : <https://www.seco.admin.ch/seco/fr/home/seco/nsb-news.msg-id-80656.html>

même s'il reste encore inférieur au véritable PIB potentiel. Ceci illustre la distinction entre un PIB trend (tel que celui calculé par MHP) qui est un lissage du PIB effectif et un PIB potentiel utilisé dans l'analyse de la conjoncture dont on peut s'attendre à ce qu'il ne conduirait pas à une compensation à terme des déficits s'il était utilisé pour calculer le coefficient k. Cette distinction doit toutefois être relativisée par le fait que les méthodes de calcul du PIB potentiel ne retrouvent pas le véritable PIB potentiel (des méthodes différentes donnent des résultats différents) et utilisent généralement des filtres (par exemple pour calculer la valeur moyenne de certains facteurs d'une fonction de production). Par ailleurs, même si l'asymétrie des chocs implique que des surplus doivent commencer à compenser les déficits déjà quand l'économie est en-dessous de l'équilibre, la question subsiste de savoir s'il convient d'accorder un plus grand répit comme le ferait par exemple MHP (500).

L'objectif du présent rapport est d'examiner des méthodes alternatives pour calculer le PIB trend (ou le PIB potentiel). Nous nous centrons donc sur le coefficient k. L'autre composante du calcul du plafond des dépenses, c'est-à-dire les prévisions des recettes, sort du cadre de ce rapport. Ceci bien qu'une révision du mode de calcul des prévisions de certaines recettes pourrait avoir un impact encore plus important sur le plafond des dépenses.

La méthode de calcul du PIB trend n'est pas fixée par la loi. Il est donc relativement facile de la modifier. Les modifications doivent toutefois être rares afin d'assurer la continuité. Si une nouvelle méthode est choisie, elle doit pouvoir être conservée durablement. Elle doit conduire à un coefficient k (égal à  $\frac{PIB_{trend}}{PIB}$ ) qui satisfait les exigences constitutionnelles d'équilibre budgétaire à terme et de prise en compte de la conjoncture. La validité de la nouvelle méthode doit être scientifiquement démontrée. Les réflexions méthodologiques présentées dans les messages antérieurs du Conseil fédéral doivent être pris en compte.

## 2 Critères de choix de la méthode de calcul du PIB trend

Les critères de choix des méthodes de calcul du PIB sont définis par législation. L'expérience a aussi montré quelles caractéristiques sont particulièrement importantes. Les principaux critères sont les suivants :

### 1. *Equilibre budgétaire à terme (symétrie)*

L'exigence constitutionnelle d'équilibrer à terme les dépenses et les recettes implique la symétrie : les déficits autorisés par le coefficient  $k$  doivent à terme être compensés par les surplus qu'il exige. On peut distinguer trois dimensions de la symétrie : i) à quel point le solde budgétaire moyen est proche de zéro, ii) à quelle vitesse il converge vers zéro (combien de temps faut-il pour le solde budgétaire moyen soit proche de zéro), iii) la méthode conduit-elle à un solde budgétaire moyen nul quelques soient les chocs ou seulement si les chocs sont symétriques. Sauf exceptions, nous nous concentrons dans cette étude sur le point i) en calculant le solde budgétaire moyen sur une période donnée.

### 2. *Prise en compte de la conjoncture*

L'expression constitutionnelle « compte tenu de la situation conjoncturelle » est floue. Elle signifie clairement que le plafond des dépenses ne doit pas chaque année être égal aux recettes (ce qui serait une politique procyclique). Le plafond des dépenses doit au contraire autoriser des déficits en période de crise et exiger des surplus en période de boom. Pour le coefficient  $k$ , cela implique une certaine volatilité (il ne doit pas rester constamment égal à 1). Mais cherche-t-on à automatiser une politique conjoncturelle anticyclique extrêmement volontariste ? Dans la pratique, l'exigence de prise en compte de la conjoncture a toujours été interprétée comme une volonté de simplement lisser l'évolution du plafond des dépenses et laisser ainsi pleinement fonctionner les stabilisateurs automatiques.<sup>5</sup> Pour le calcul du coefficient  $k$ , ceci implique un PIB trend lisse (si les recettes sont proportionnelles au PIB). C'est pourquoi nous opérationnalisons le critère de prise en compte de la conjoncture essentiellement en visant un PIB trend lisse. Un PIB trend plus lisse signifie aussi davantage de répit pour l'assainissement des finances publiques lors d'une crise. La volonté de limiter le « end-point bias » est étroitement liée à la volonté d'avoir un PIB trend lisse. On s'attend en effet à ce que les méthodes qui limitent le « end-point bias » conduisent à un PIB trend plus lisse (nous montrons au §6.1 que tel est effectivement le cas). Un PIB trend lisse est-il égal au véritable PIB potentiel ? On imagine que le véritable PIB potentiel est relativement lisse puisque les facteurs de production disponibles ne changent pas brutalement. Mais le véritable PIB potentiel n'est pas directement observable. Pour mieux le cerner, on utilise des indicateurs observables, liés par exemple au marché du travail (chômage). Ces indicateurs peuvent être intégrés formellement au calcul du PIB trend avec les filtres multivariés et les méthodes fondées sur une fonction de production. A priori, ces méthodes sont donc susceptibles de mieux refléter le véritable PIB potentiel.

### 3. *Randwert-Instabilität*

On parle de « Randwert-Instabilität » quand la perception de la situation conjoncturelle en une année donnée paraît sous un autre jour quelques années plus tard (on juge par exemple différemment la conjoncture de 2015 en 2020 qu'on l'avait jugée en 2015 avec la même méthode). La pertinence de ce critère dépend d'hypothèses qui ne sont pas nécessairement vérifiées. En effet, il est légitime que le PIB trend en une année donnée change quand de nouvelles informations sur l'évolution postérieure à cette année sont disponibles (pour juger par exemple dans quelle mesure une crise est transitoire ou persistante). La valeur idéale sur ce critère n'est pas claire. Ce critère pourrait devenir plus pertinent s'il était

---

<sup>5</sup> L'assurance chômage n'est pas soumise au frein à l'endettement, mais suit sa propre règle budgétaire qui exige aussi un équilibre sur le long terme, mais permet de laisser fonctionner plus librement ce stabilisateur automatique.

corrélé avec la capacité de trouver le véritable PIB potentiel. Selon nos calculs, une telle corrélation n'existe pas. Ce résultat a toutefois été obtenu dans un cadre qui n'est pas très robuste (§5.2.3).

4. *Praticabilité*

Disponibilité des données au moment où les calculs doivent être effectués. Maîtrise des outils de calcul. Ressources et temps nécessaire pour effectuer les calculs (à quatre yeux pour éviter les erreurs).

5. *Transparence et faible manipulabilité*

Le calcul doit être transparent. Les informations publiées doivent permettre de répliquer les résultats à partir des données. Le calcul doit aussi peu que possible prêter flanc aux soupçons de manipulation. Ceci suppose de limiter autant que possible les choix discrétionnaires pouvant être modifiés chaque année.

6. *Continuité*

Changer de méthode présente l'inconvénient de rompre la continuité méthodologique.

7. *Faible ampleur des modifications légales*

Le cadre juridique laisse une marge de manœuvre relativement large tant que les critères ci-dessus sont respectés. Les réflexions méthodologiques présentées dans les messages antérieurs du Conseil fédéral doivent être pris en compte.

Par ailleurs, il peut y avoir un intérêt à ce que les divers offices de l'administration fédérale travaillent avec des données et prévisions de PIB potentiel communes. Des objectifs différents peuvent toutefois justifier l'utilisation de variables différentes, comme l'illustre la distinction présentée ci-dessus entre PIB trend et PIB potentiel.

Comme des conflits peuvent surgir entre différents critères, il faut décider dans quelle mesure un critère peut être moins bien satisfait pour mieux en satisfaire un autre. Ne disposant pas d'une fonction d'utilité intégrant explicitement ces différents critères, nous recourons à une appréciation intuitive. Cette appréciation intuitive peut bien sûr être contestée. Ce rapport donne les éléments pour que chacun puisse apprécier par soi-même.

Les calculs présentés dans ce rapport sont essentiellement liés aux critères 1 et 2.

### 3 Méthodes étudiées pour le calcul du PIB trend

Nous étudions des filtres univariés et multivariés, ainsi que des méthodes fondées sur une fonction de production. Le Tableau 1 décrit ces méthodes. Nous avons repris toutes les méthodes utilisées par le SECO pour l'analyse de la conjoncture (sauf deux filtres univariés : Advanced Beveridge-Nelson et Unobserved Components). Nous avons toutefois ajouté certaines spécifications de leurs paramètres. De plus, nous avons ajouté trois méthodes que nous avons développées spécifiquement pour cette étude : « Extrapolation », « *PFmhpKAE* » et « PF Simple ». <sup>6</sup> Pour certaines méthodes, nous avons étudié davantage de paramètres tout en ne présentant que ceux qui nous ont parus les meilleurs. Nous n'avons toutefois exploré systématiquement l'espace des paramètres pour aucune méthode, sauf MHP (au §4.1.4) après que nous ayons constaté que MHP (100) et MHP (500) sont de bons candidats.

L'examen de la Figure 1 a soulevé des interrogations qui nous ont conduit à ajouter encore deux méthodes présentées en grisé dans le Tableau 1 : un filtre HP appliqué sur des données trimestrielles (plutôt qu'annuelles) et un filtre multivarié prenant en compte le marché du travail via un indicateur de « *Rekrutierungsschwierigkeiten* » plutôt qu'ILO. Ces méthodes additionnelles sont représentées dans la Figure 1bis du §4.1.7.

Bien que nous ayons étudié une large gamme d'alternatives, il se peut que nous ayons omis la meilleure alternative ou mal choisi les paramètres des alternatives étudiées. <sup>7</sup>

Toutes ces méthodes sont étudiées en application récursive. Nous avons dû nous contenter d'une application *récursive non-vintage*, c'est-à-dire basée sur les données telles que nous les connaissons actuellement, même si pour calculer le coefficient  $k$  d'une année donnée nous n'utilisons que les données jusqu'à cette année. Une application récursive vintage aurait permis d'intégrer les erreurs de prévision et le fait que les données sont révisées. L'application récursive non-vintage pour les filtres univariés suppose par exemple que les données définitives pour les valeurs passées du PIB étaient connues (alors que les données les plus récentes sont typiquement révisées) et que les prévisions de PIB pour l'année courante et l'année de budget étaient parfaites. Cette hypothèse de prévisions parfaites serait encore plus contestable si nous utilisions des données ultérieures à l'année pour laquelle le PIB trend est calculé. Pour les filtres multivariés, ce problème est démultiplié par le nombre de séries de données. Pour les fonctions de production, la récursivité peut être particulièrement incomplète quand ces méthodes nécessitent certaines hypothèses relativement discrétionnaires (exemple: time trend de la productivité pour la méthode classique). En somme, moins une méthode est automatisable (plus elle garde une marge de manœuvre discrétionnaire importante), plus il est difficile d'imaginer comment elle aurait été appliquée dans le passé.

Toutes ces méthodes sont appliquées sur le log du PIB (plutôt que sur le PIB lui-même). À deux exceptions près toutefois : i) l'interpolation (géométrique) est toujours appliquée directement sur le PIB, ii) dans le cas des données artificielles stylisée, les méthodes sont appliquées directement sur les séries stylisées que l'on peut interpréter au choix comme un PIB ou comme un log de PIB (avec toutefois des implications différentes, par exemple concernant la valeur moyenne de l'output gap).

---

<sup>6</sup> La méthode « Extrapolation » est discutée plus en détail au §5.1.2. « PF Simple » et « *PFmhpKAE* » sont décrits en annexe III et IV.

<sup>7</sup> Il peut exister des liens entre différentes méthodes. Ainsi la méthode Detrend est exactement la même que  $HP(\infty)$ . Nous n'avons pas cherché à explorer ces liens, ni à déterminer si deux méthodes sont systématiquement proches l'une de l'autre (dans le sens où, pour tout jeu de paramètres de la méthode A, il existe un jeu de paramètres de la méthode B qui donne un PIB trend proche).



**Tableau 1 : Description des méthodes**

Les méthodes en grisé ont été rajoutées dans un second temps. Elles ne sont pas représentées dans la Figure 1, mais dans la Figure 1bis au §4.1.7.

Univarié	MHP	La méthode actuelle avec $\lambda=100$ , ainsi qu'avec $\lambda=500$ . Etude systématique de l'espace des paramètres au §4.1.4.
	HP	Hodrick-Prescott sur des données annuelles avec $\lambda=100$ , ainsi qu'avec $\lambda=500$
	SSHP	HP calculé sur des données trimestrielles pour différents $\lambda$ : i) SSHP : $\lambda=1600$ qui est généralement considéré comme le $\lambda$ trimestriel correspondant à $\lambda=100$ en annuel. ii) SSHP_25600 : $\lambda=25'600$ qui est le $\lambda$ trimestriel correspondant à $\lambda=100$ en annuel en utilisant la formule spectrale de Ravn et Uhlig. iii) SSHP_128000 : $\lambda=128'000$ .
	Hamilton	Le filtre de Hamilton est basé sur l'idée que l'on ne peut pas prédire la conjoncture dans deux ans. Le PIB prédit $h=2$ ans plus tard par régression sur le PIB courant et éventuellement des PIB passés ( $p$ régresseurs) est donc le PIB potentiel.
	Extrapolation (géom.)	Le taux de croissance moyen des dix dernières années (moyenne géométrique) est accroché à un point situé entre le dernier PIB effectif (pondération 10%) et le dernier PIB trend (pondération 90%). Le nom « Geom_Mean_Rev_ww_0.9_10_years » sert à la distinguer d'autres variantes que nous avons rejetées.
	CFF	Le Christiano-Fitzgerald-Filter (CFF) décompose le PIB effectif en une somme de sinus et élimine les sinus de période plus basse qu'une valeur $pl$ (« period low ») et plus élevée qu'une valeur $pu$ (« period up »).
	LOESS	Le Locally Estimated Scatterplot Smoothing (LOESS) cherche au temps $t$ le polynôme de degré $d$ qui constitue le meilleur fit (moindres carrés) pour le PIB effectif sur un intervalle de $x$ années. Dans le rapport nous utilisons : « LOESS_1 » pour $d=1$ avec l'intervalle de 10 ans et « LOESS_1_alpha_2 » pour $d=1$ avec l'intervalle de 15 ans.
	Detrend	Nous ne considérons que le cas linéaire : PIB trend calculé selon une droite des moindres carrés.
	SSA	Singular Spectrum Analysis gebraucht die Kovarianzen einer Zeitreihe mit ihren eigenen vergangenen Werten (Lags) um die Kovarianzen zu finden, welche am besten die Varianz der Zeitreihe erklären können. Mit diesen werden dann Gewichte errechnet, welche in einem Moving-Average-Prozess zur Rekonstruktion der Zeitreihe verwendet werden $L=\{5,8,10\}$ ( $=\{SSA_1, SSA_2, SSA_3\}$ ) geben dabei an, wie viele Lags einbezogen werden.
Multivarié (State-Space-Modelle) (*) (***) (****)	SSD	Prend en compte le degré d'utilisation du capital dans l'industrie (« Kapazitätsauslastung »)
	SSU (****)	Prend en compte le chômage (ILO) SSU : $\lambda=1600$ SSU_25600 : $\lambda=25'600$
	SSP	Prend en compte l'inflation (Vorjahresveränderung des BIP-Deflators)
	SSDUP (****)	Prend en compte simultanément les trois éléments précédents
	SSMod	Modification de SSU prenant en compte un indicateur « Rekrutierungsschwierigkeiten » plutôt que ILO. SSMod a $\lambda=1600$ , alors que SSMod_25600 et SSMod_128000 ont les $\lambda$ indiqués.

Fonction de production (**) (****)	Classique (***)	Méthode classique. Données trimestrielles. Le progrès technique est supposé être équivalent à une augmentation de l'emploi effectif. (*) Die Arbeitseffizienz wird mit Time-Trends approximiert. Die NAWRU wird mit einem kleinen State-Space-Models modelliert.
	EK	Méthode de la Commission européenne. Données annuelles. Le progrès technique augmente la productivité totale des facteurs. Calculé avec et sans Kurzarbeit (KAE). Die totale Faktorproduktivität und die NAWRU werden beide mit größeren State-Space-Models berechnet, wobei verschiedenste Modellparameter bezüglich der Phillips-Kurve bestimmt werden müssen.
	PF Simple	Nouvelle approche que nous avons développée pour le calcul du coefficient k. Intègre le NAWRU. (*) Données trimestrielles. En l'absence de Kurzarbeit, cette approche redonne HP dans la mesure où le NAWRU est proche du trend du chômage calculé avec HP (on pourrait le faire avec MHP). Calculé aussi avec un de-mean de l'inflation des salaires visant à améliorer la symétrie (« Sym. NAWRU »). Paradoxalement, cette correction n'améliore pas nécessairement la symétrie. Cette méthode pourrait encore être étudiée de façon plus approfondie. Sie ist als richtungweisende Idee eines hybriden Verfahrens zwischen Filter und Produktionsfunktion zu verstehen, welches den Arbeitsmarkt explizit berücksichtigten soll. Dabei sollte jedoch auf ein anderes Konzept als jenes der NAWRU zurückgegriffen werden, wie wir ausführen werden.
	<i>PFmhpKAE</i> <i>PFmhp</i>	<i>PFmhpKAE</i> est MHP écrit sous forme de fonction de production avec ajout du Kurzarbeit. Il ne diffère de MHP (100) que par le Kurzarbeit qui est négligeable dans la période considérée dans la Figure 1. Nous nommons <i>PFmhp</i> ce <i>PFmhpKAE</i> quand le Kurzarbeit est nul. Ce <i>PFmhp</i> est simplement égal à MHP : c'est MHP écrit sous forme de fonction de production. Nous avons utilisé les deux noms <i>PFmhp</i> et MHP, parce qu'initialement nous devons vérifier cette égalité. Kurzarbeit beziehende Erwerbstätige werden in exakt gleicher Weise zu alle anderen hier untersuchten Produktionsfunktionen berücksichtigt.

- (\*) Calculé pour différents choix de window : i) moving window de 20 (« 20\_years ») ou 24 ans (« 24\_years »), ii) growing window (le début de la window est toujours 1980, la fin commence respectivement 20 ans ou 24 ans après et augmente au court du temps). « 20\_years\_growing » et « 24\_years\_growing » doivent donc en principe donner le même résultat. Die Resultate von 20 und 24 Jahren Moving-Window sind aus verschiedenen Gründen mit Vorsicht anzuschauen, da State-Space-Modelle mit den kurzen Zeitreihen nicht immer gut performen.
- (\*\*) Le Kurzarbeit peut être intégré de la même façon dans toutes les fonctions de production, mais il est négligeable entre 2004 et 2019. Nous pouvons tenir compte des prévisions annuelles de Kurzarbeit de 2020 pour EK (pas de différence toutefois dans la Figure 1 qui porte sur la période 2004-2019), contrairement à Classique et PF Simple basés sur des données trimestrielles dont nous ne disposons pas de prévisions pour 2020.
- (\*\*\*) Basé sur Stalder (2020).
- (\*\*\*\*) Le calcul pour les filtres multivariés utilise le programme original de Stalder (ne pose pas de problème de convergence) qui résout un State-Space-Model sur des données trimestrielles.
- (\*\*\*\*\*) Pour ces méthodes, il est possible d'intégrer le Kurzarbeit. Peter Stalder a proposé de le faire pour SSU. Rappelons que le Kurzarbeit est nul durant la période considérée dans la Figure 1.

## 4 Résultats sur les données historiques (toutes les méthodes)

Toutes les méthodes peuvent être appliquées sur les données historiques. Nous limitons la présentation des moyennes et volatilités sur la Figure 1 à la période de 2004 à 2019 pour la raison suivante. Nous nous basons sur des données disponibles depuis 1980. Le MHP (100) actuellement utilisé s'appliquant sur une fenêtre contenant 24 années, nous pourrions présenter les résultats dès 2003 (année d'introduction du frein à l'endettement). Mais pour les méthodes basées sur des données trimestrielles, nous n'obtenons pas tous les trimestres de 2003 si nous conservons une fenêtre temporelle de durée identique à celle de la méthode actuelle (ajouter 24 ans au début 1980 nous permet de calculer le premier PIB potentiel au 4<sup>ème</sup> trimestre de 2003, ce qui ne suffit pas pour calculer le PIB potentiel pour l'année 2003). Ceci nous oblige à commencer en 2004. Les données sont ensuite disponibles jusqu'en 2019 compris. A partir de 2020 compris, nous ne disposons pas des prévisions pour certaines données nécessaires à certaines méthodes (pour les données trimestrielles nous avons que le 1<sup>er</sup> trimestre). La période de comparabilité est donc [2004;2019].

### 4.1 Volatilité du PIB trend et symétrie

Basé sur les données historiques de 2004 à 2019, la Figure 1 présente pour chaque méthode une mesure de la volatilité du PIB trend sur l'axe vertical, mesurée par le quotient de la racine de la somme des carrés des variations de croissance annuelle du PIB trend et du PIB effective :

$$Volatilität(M_{2004}^{2019}) = \frac{\sum_{t=2004}^{2019} diff(diff(M_t(\log(BIP_t))))^2}{\sum_{t=2004}^{2019} diff(diff(\log(BIP_t)))^2}$$

$M_t$  bezeichnet dabei die Anwendung einer Methode zum Zeitpunkt  $t$  über die Jahre  $t-N+1$  bis  $t$ , wobei  $N$  die je nach Methode unterschiedliche Fensterlänge bezeichnet (im Falle eines wachsenden Fensters steigt  $N$  jedes Jahr um 1). Die Achse zeigt die Volatilität des BIP-Trends im Verhältnis der Volatilität des BIPs an. Ein Wert von 0.5 besagt demnach, dass die Volatilität des BIP-Trends halb so hoch liegt wie jene des BIPs. En axe horizontal se trouve la moyenne des output gap (comme les recettes de la Confédération correspondent approximativement au dixième du PIB, le solde budgétaire moyen correspond au dixième de l'output gap moyen : les valeurs sur l'axe horizontal sont donc approximativement égales aux soldes budgétaires cumulés sur 10 ans). Die beiden Achsen repräsentieren also Masse für die beiden Beurteilungskriterien: Symmetrie (horizontale Achse) und Berücksichtigung der Konjunktur durch ein tiefe Volatilität des BIP-Trends (vertikale Achse). L'idéal est de se trouver en <0;0>. A première vue, les filtres univariés, incluant notamment MHP (100), semblent les plus proches de <0;0>.

#### <0;0> est-il vraiment le point idéal ?

Les critères de symétrie et de PIB trend lisse implique que la méthode idéale se trouverait en <0;0>. Mais si nous connaissions l'évolution du véritable PIB potentiel (malheureusement pas observable) durant cette période, nous constaterions peut-être que l'output gap moyen n'était pas nul et que le PIB potentiel n'était pas parfaitement lisse. Le point véritable n'est donc peut-être pas en <0;0>. D'où la question : l'idéal est-il de se trouver en <0;0> ou au point véritable ? Concernant l'axe horizontal (l'output gap moyen), nous avons déjà abordé cette question lorsque nous avons distingué le PIB trend du PIB potentiel : i) pour l'analyse de la conjoncture, c'est le PIB potentiel qui importe, même si l'output gap moyen n'est pas nul, mais ii) dans le cadre du frein à l'endettement, un output gap nul est visé. Concernant l'axe vertical, on peut imaginer que les PIB trends calculés tendent à être plus volatiles que le PIB potentiel véritable. Viser une volatilité aussi basse que possible est donc vraisemblablement une bonne

stratégie. Au cas où la volatilité du PIB trend calculé est plus basse que celle du véritable PIB potentiel, cela serait néfaste pour l'analyse conjoncturelle, mais pas dans le cadre du frein à l'endettement : le plafond des dépenses évoluerait de façon encore plus lisse que s'il avait été calculé avec le véritable PIB potentiel. En conclusion,  $\langle 0;0 \rangle$  est bien le point visé (sous réserve qu'on souhaite que la compensation se fasse en 16 ans ou moins). En réalité, il est toutefois impossible qu'une méthode atteigne  $\langle 0;0 \rangle$  (cela ne se produit d'ailleurs pas sur la Figure 1).

Comment choisir la méthode la plus « proche » de  $\langle 0;0 \rangle$  ? Si une méthode l'emporte sur une autre simultanément selon les deux axes, alors la dernière méthode peut être éliminée (en ce qui concerne l'examen de ces deux critères). Après ce processus d'élimination, il subsiste toutefois des méthodes qui ne sont pas directement comparables entre elles, car pour toute paire de méthodes l'une l'emporte sur un axe et l'autre sur l'autre axe. Pour choisir la meilleure méthode, il conviendrait alors de disposer d'une fonction d'utilité dépendant des valeurs sur les deux axes. Ne disposant pas de cette fonction d'utilité, nous devons évaluer intuitivement.

Pour un premier examen de la Figure 1 regardons uniquement les trois types de méthodes : en vert les filtres univariés (vert foncé sur des données annuelles et vert clair sur des données trimestrielles), en orange les filtres multivariés et en bleu les fonctions de production. Les filtres univariés tendent à se trouver plus proches de  $\langle 0;0 \rangle$  que les filtres multivariés et les fonctions de production.

Lorsqu'un point a une valeur plus proche de zéro qu'un autre point sur les deux axes, il lui est strictement supérieur sur les deux critères représentés dans cette figure. La méthode actuelle, MHP (100) est strictement supérieure à de nombreuses méthodes. Certaines méthodes ne sont toutefois pas strictement inférieures à MHP (100). Ainsi, LOESS\_1\_alpha\_2\_24\_years présente une plus grande volatilité du PIB trend que MHP (100), mais un output gap moyen plus faible. Geom\_Mean\_Rev\_ww\_0.9\_10\_years a par contre une volatilité du PIB trend inférieur au prix d'un output gap moyen plus élevé. MHP (500) a une volatilité du PIB trend encore plus basse, mais une output gap encore plus élevé.

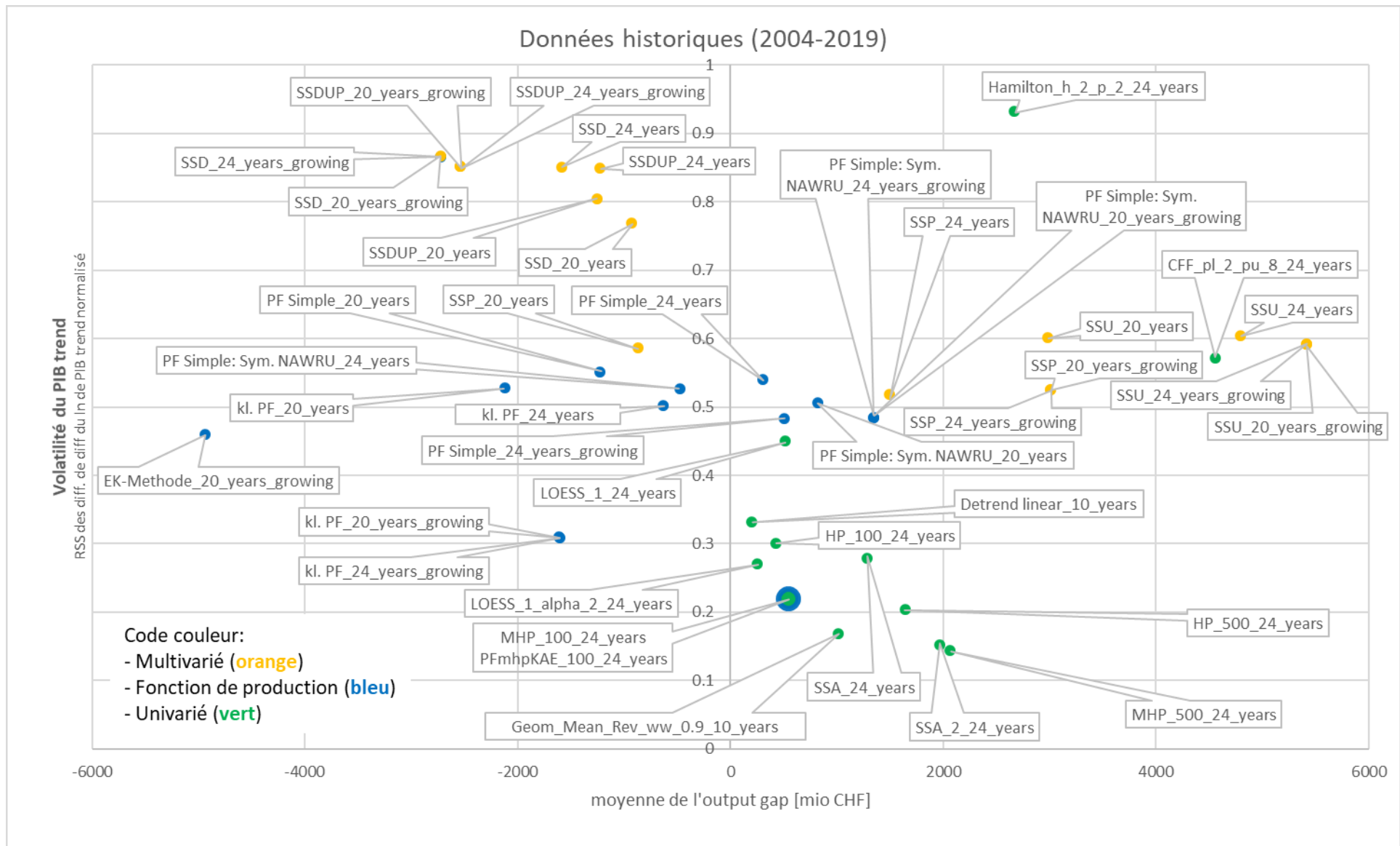
## **Addendum : importante mise en garde sur la mesure de la volatilité**

Après avoir rédigé ce papier, nous avons effectué des calculs en utilisant une autre mesure de la volatilité : l'écart-type des variations annuelles du log du PIB (« St. Dev. of Diff »), ce qui est approximativement égal à l'écart-type du taux de croissance du PIB (des résultats quantitatifs sont disponibles en Annexe XII). Cette mesure de volatilité est bien corrélée avec « RSS Diff-in-Diff » utilisé dans le corps du texte. Les filtres univariés tendent encore à donner des PIB trend moins volatiles que d'autres méthodes. Les deux mesures ne conduisent toutefois pas toujours au même ranking des méthodes. En particulier, MHP (100) est nettement moins bon quand la volatilité est mesurée avec « St. Dev. of Diff » plutôt qu'avec « RSS Diff-in-Diff ». Compte tenu des délais que nous devons respecter, nous n'avons pas pu réécrire ce papier pour tenir compte de ce résultat dans le corps du texte : toute la discussion y est basée sur « RSS Diff-in-Diff » comme mesure de la volatilité. Le lecteur doit donc être conscient que les conclusions concernant la volatilité ne subsisteraient pas nécessairement avec d'autres mesures.

Intuitivement, les principales différences entre ces deux mesures sont les suivantes. « St. Dev. of Diff » ne tient pas compte du timing des variations annuelles. Ceci signifie par exemple que si 20 données de variations annuelles consistent en 10 données nulles et 10 données de valeur 1, alors leur déviation standard sera indépendante de la répartition temporelle de ces données : ce sera la même si les 0 alternent avec les 1 ou s'il y a d'abord une série de dix 0 suivies de dix 1. Pour « RSS Diff-in-Diff » par contre, ce sont les coudes qui importent (modification de variation annuelle entre deux dates consécutives). « RSS Diff-in-Diff » considérera donc que dix 0 suivis de dix 1 (où il n'y a qu'un seul coude) est moins volatile qu'une alternance de 0 et de 1 (où il y a constamment des coudes). Dans le cadre du frein à l'endettement, cette conception de la volatilité semble appropriée : un PIB trend qui oscille conduit à un plafond des dépenses oscillant (le plafond des dépenses est proportionnel au PIB trend si l'élasticité des recettes est égale à 1) qui est effectivement plus problématique du point de vue de la politique budgétaire qu'un plafond des dépenses qui connaît un changement structurel. Par ailleurs, « RSS Diff-in-Diff » est la mesure de la volatilité constituant l'une des deux composantes de la fonction de coût que minimise HP (et MHP) en application ex-post (ceci explique d'ailleurs peut-être pourquoi en application récurrente MHP a un meilleur score sur cette mesure de la volatilité). C'est donc un standard. Il faut toutefois noter que comme « RSS Diff-in-Diff » additionne le carré des coudes, le signe de ces coudes n'est pas pris en compte. Ceci est voulu : il s'agit d'éviter qu'un coude dans une direction annule un coude de même ampleur dans la direction opposée, ce qui conduirait à considérer que cette courbe est aussi lisse que si aucun de ces coudes n'existait. Mais ce carré implique aussi que deux séries présentant les mêmes coudes en valeur absolue auront le même score « RSS Diff-in-Diff », même si dans un cas plusieurs coudes successifs vont souvent dans le même sens (conduisant à une grande variabilité des variations annuelles), alors que dans l'autre cas un coude est rapidement compensé par un coude en direction opposé (ce qui limite la variabilité des variations annuelles). On peut ainsi construire des exemples où la mesure selon « St. Dev. of Diff » donne effectivement un meilleur score à la courbe qui est visuellement la plus lisse, alors que « RSS Diff-in-Diff » donne des scores identiques aux deux courbes (notons toutefois que ces deux courbes ne finissent pas nécessairement au même point, même si elles commencent au même point).

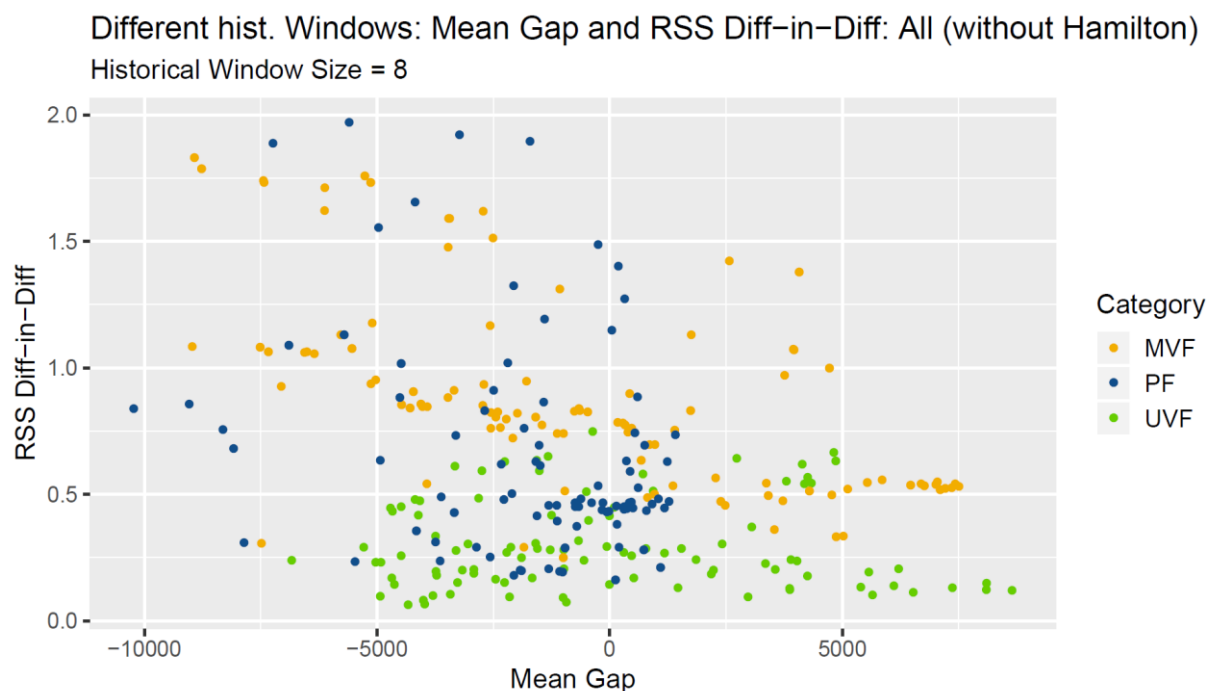
Compte tenu de ces considérations, la question de savoir laquelle de ces deux mesures de volatilité est la plus pertinente dans le cadre du frein à l'endettement mérite une réflexion plus approfondie (un élément préliminaire est mentionné en Annexe XII). Ce qui est d'ores et déjà clair, c'est que le choix de cette mesure peut modifier les conclusions sur la volatilité.

Figure 1: Output gap moyen versus volatilité du PIB trend (données historiques, tous types de méthodes)



Um die Robustheit der Aussage der Grafik innerhalb der beiden Achsen zu überprüfen, haben wir das historische Fenster für die Anwendung der Methoden auf 8 Datenpunkte verkürzt, und dann schrittweise über den gegebenen Zeitraum (2004-2019) gelegt. Jede Methode wird demnach 9 Mal ausgewertet (2004-2011; 2005-2012; 2006-2013 etc.). Il y a donc 9 points pour chaque méthode. Wir stellen fest, dass die grobe Einteilung der Methoden bestehen bleibt: Die univariaten Filter (UVF) verteilen sich am unteren Rand und weisen damit eine tiefe, die Produktionsfunktionen (PF) eine mittlere und die multivariaten Filter eine eher hohe Volatilität aus.

**Figure 1b: analyse de sensibilité de la Figure 1**



Les points bleus qui ont de basses valeurs sur l'axe vertical (au milieu des points verts) correspondent à *PFmhpKAE* qui pour ces données est égal à MHP.

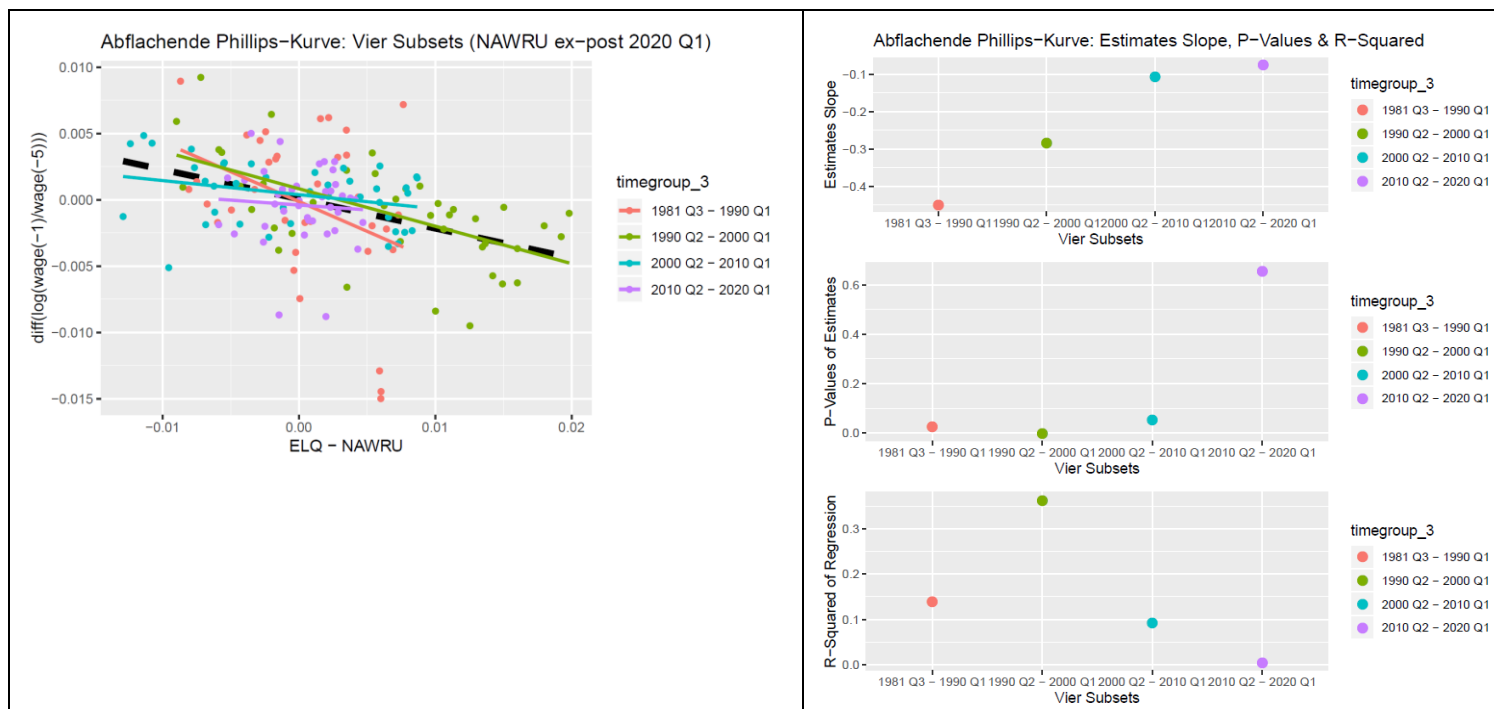
#### 4.1.1 Haute volatilité du PIB trend calculé par filtres multivariés et fonctions de production

La principale surprise est que les méthodes basées sur une fonction de production et surtout les filtres multivariés tendent à conduire à des PIB trend plus volatiles que selon les filtres univariés (nous avons initialement considéré que  $\lambda=1600$ ). On peut espérer que les méthodes qui prennent en compte d'autres variables que le PIB, en particulier le chômage, permettent mieux d'estimer le véritable PIB potentiel. Supposant que le véritable PIB potentiel est relativement stable, on pouvait s'attendre à ce que ces méthodes donnent un PIB potentiel plus stable. Tel n'est pas le cas, bien au contraire. Comment l'expliquer ?

Le véritable PIB potentiel n'est peut-être pas stable. Ceci semble toutefois peu vraisemblable puisque les facteurs de production disponibles sont relativement stables. Une hypothèse plus vraisemblable est que l'information additionnelle utilisée apporte davantage de bruit que d'information. Tel pourrait être le cas pour l'écart entre le chômage effectif et sa valeur d'équilibre : si la valeur d'équilibre (le NAWRU) est calculée avec une courbe de Phillips (reflétant le lien entre d'une part l'écart entre le taux de chômage effectif et le NAWRU et d'autre part la variation d'inflation des salaires) et que cette relation a perdu de sa validité. Il semble en effet que la courbe de Phillips soit devenue moins significative. La Figure 2 illustre l'aplatissement et la perte de sa validité au cours du temps de la courbe de Phillips utilisée dans FP Simple et FP classique (voir les nuages de points sur le graphique de gauche ; le graphique de droite

indique les estimations des pentes et la validité de ces estimations). Die hier verwendete Phillips-Kurve wird in Annex IV (PF Simple) genauer vorgestellt. Le problème touche potentiellement aussi la fonction de production de la Commission européenne. Eine formale Auseinandersetzung mit der klassischen Produktionsfunktion und der EK-Methode (Commission européenne) ist in Annexe VIII gegeben.

**Figure 2 : Courbe de Phillips de FP Simple et FP classique (calcul ex-post 2020 Q1)**



*ELQ est le taux de chômage observé.*

Cet aplatissement s'accompagne d'une perte de significativité de la pente et d'une réduction du  $R^2$  (rechte Grafik unten). Il était particulièrement élevé dans les années 90 où la crise sévissait, et est particulièrement bas après 2010. Das Bestimmtheitsmass  $R^2$  fällt in der letzten Schätzung (40 Observationen) auf praktisch null. L'information qu'apporte l'évolution des salaires sur l'écart entre le chômage observé (ELQ) et le NAWRU perd de sa validité au cours du temps et informe donc de moins en moins sur l'output gap. On peut s'attendre à ce que cet effet soit plus transparent sur un moving window que sur un growing window qui garde en mémoire un passé lointain et peut-être plus très pertinent. Plus généralement, cela illustre le fait qu'une relation telle que la courbe de Phillips peut évoluer, voire s'évaporer, au cours du temps. Une méthode de calcul du PIB trend qui utilise de tels informations peut devoir être révisée si ces informations deviennent moins pertinentes. De telles adaptations nuisent à la continuité. Elles peuvent paraître arbitraires et sont susceptibles de générer le soupçon de manipulations. Si l'apport informatif de la courbe de Phillips diminue, la question se pose de savoir si une autre information tirée du marché du travail serait plus pertinente. Nous n'explorons pas davantage cette question dans le présent rapport.

La courbe de Phillips n'est toutefois utilisée que par les fonctions de production. Le fait que les filtres multivariés présentent une volatilité du PIB trend encore plus élevée que les fonctions de production suggère donc que le problème ne résulte pas uniquement de la courbe de Phillips. Une hypothèse est que les données trimestrielles utilisées par les filtres multivariés présentent une volatilité (peut-être liée à la saisonnalité) qui se répercute dans le PIB trend. Les fonctions de productions classique et Simple qui utilisent aussi des données trimestrielles présentent toutefois un PIB trend moins volatile que celui des autres fonctions de productions et



des filtres multivariés. Le problème peut toutefois résider dans le choix du « smoothing parameter » utilisé pour les données trimestrielles qui est fixé à  $\lambda=1600$  pour les filtres multivariés et qui est moins utilisé par la fonction de production classique.

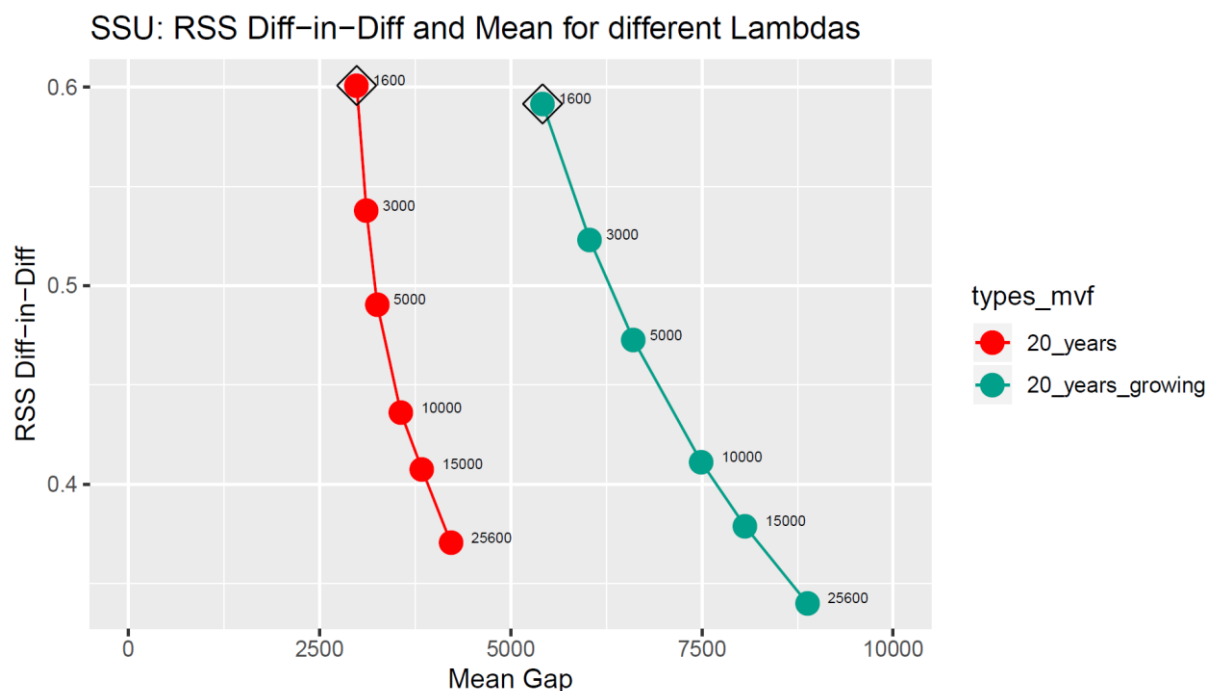
En utilisant la formule de Ravn et Uhlig dérivée de l'analyse spectrale, la valeur  $\lambda=25'600$  pour des données trimestrielles correspondrait à la valeur  $\lambda=100$  pour les données annuelles.<sup>8</sup> Pour savoir quelle est la meilleure formule dans notre contexte, nous avons placé sur la Figure 1 HP (100) appliqué à des données annuelles et HP pour divers  $\lambda$  appliqué sur des données trimestrielles (les SSHP). Nous constatons que HP (100) est très proche de SSHP (25'600), beaucoup plus que de SSHP (1600), ce qui suggère que la formule de Ravn et Uhlig (basée sur l'analyse spectrale) pour calculer comment  $\lambda$  varie avec la fréquence des données est plus appropriée que la formule plus habituellement utilisée selon laquelle  $\lambda=1600$  trimestrielle correspond à  $\lambda=100$  annuel.

La Figure 3 indique l'output moyen et la volatilité du PIB trend pour différentes valeurs de  $\lambda$  utilisées dans SSU pour deux types de fenêtres : moving (20\_years) et growing (20\_years\_growing). Prendre  $\lambda=25'600$  au lieu de  $\lambda=1600$  réduirait la volatilité du PIB trend d'environ 40% (ce qui la rendrait comparable à celle de nombreux filtres univariés), au prix d'une augmentation de l'output gap moyen (augmentation d'environ 40% ou 60% selon la courbe). La différence entre la courbe bleu et la courbe rouge s'explique vraisemblablement par le poids de la crise des années 90. Avec une fenêtre growing, les années 90 restent toujours dans la fenêtre, alors que ces années disparaissent peu à peu de la fenêtre mobile à mesure que le temps passe (en 2020, les années 90 sont entièrement hors de la fenêtre mobile). La prise en compte du chômage élevé des années 90 tend à faire paraître la conjoncture des années suivantes meilleure que si les années 90 ne contribuaient pas à la référence. Le chômage des années 90 conduit donc à un PIB trend des années ultérieures plus bas (le PIB effectif étant perçu comme plus haut relativement au PIB trend) que s'il n'est pas pris en compte. Ceci conduit à un output gap qui tend à être systématiquement positif, et plus positif pour la fenêtre growing (en bleu) que pour la fenêtre mobile (en rouge) d'où les années 90 finissent par disparaître. Eine formale Auseinandersetzung mit den in diesem Bericht verwendeten multivariaten Filter (SSU, SSP, SSD, SSDUP) ist in Annexe IX zu finden.

---

<sup>8</sup> Comme Hodrick et Prescott, on considère souvent que  $\lambda$  dépend de la périodicité de la façon suivante :  $\lambda(\tau)=\lambda*(1/\tau)^2$ . Cette formule implique que  $\lambda=1600$  pour les données trimestrielles correspond à  $\lambda=100$  pour les données annuelles. Se basant sur l'analyse spectrale, Ravn et Uhlig (1997) argumentent par contre que  $\lambda(\tau)=\lambda*(1/\tau)^4$ . Dans ce cas, c'est une valeur beaucoup plus élevée  $\lambda=25'600$  qui correspond à  $\lambda=100$ .

**Figure 3: Output gap moyen et volatilité du PIB trend pour différents  $\lambda$  de SSU**



#### 4.1.2 Grande dispersion d'output gap moyen à l'intérieur de chacun des trois grands types

La quasi-stratification que l'on observe entre les trois couleurs sur l'axe vertical de la Figure 1 n'existe pas sur l'axe horizontal. Certes les méthodes qui donnent les output gaps les plus proches de zéro sont univariées. Les filtres univariés tendent aussi à présenter des résultats plus regroupés (si on ignore Hamilton et CFF). Mais certaines fonctions de production obtiennent sur l'axe horizontal des valeurs proches de la moyenne des filtres univariés. Il s'agit de la fonction de production simple et dans une moindre mesure de la fonction de production classique. La fonction de production *PFmhpKAE* est un cas particulier, puisqu'elle est égal à MHP durant cette période sans Kurzarbeit. Certains filtres multivariés sont aussi relativement symétriques.

#### 4.1.3 Importance relative des deux axes

Revenons à la Figure 1. Selon cette figure **Figure 1**, la symétrie discrimine moins que nous nous attendions. Une valeur de 1000 sur l'axe horizontal signifie que la dérive budgétaire engendrée par l'asymétrie sera de 1 milliard CHF par décennies. Il semble acceptable de perdre 1000 ou 2000 sur l'axe horizontal si cela permet de gagner significativement sur l'axe vertical. Mais la question ne se pose guère, car la méthode actuelle est déjà relativement bonne sur l'axe vertical. Si le choix devait être fait de changer de méthode pour réduire la volatilité du PIB potentiel, la meilleure alternative parmi celles présentées dans la Figure 1 serait MHP (500) qui a la valeur la plus basse sur l'axe vertical et une valeur acceptable sur l'axe horizontal.<sup>9</sup>

<sup>9</sup> Nous considérons la période de 2004 à 2019, donc 16 années. Certains résultats peuvent dépendre de la taille de cette fenêtre. Considérons par exemple deux méthodes qui sont également symétriques sur une très longue période, mais l'une est plus inerte que l'autre : elle prend davantage de temps à réagir, comme MHP (500) comparé à MHP (100). Sur une période suffisamment courte, la méthode la plus inerte aura l'air moins symétrique. Et elle le sera en effet dans le sens qu'elle équilibre plus lentement les déficits et les surplus. Mais à suffisamment long terme, elle équilibrera aussi bien que la méthode moins inerte.

Bien qu'il soit plus important que l'axe horizontal, l'axe vertical ne peut manifestement pas être le seul critère. Choisir comme trend une certaine droite sans aucun rapport avec les données permettrait en effet d'obtenir un PIB trend parfaitement lisse tout en étant farfelu. Il faut donc y ajouter un autre critère qui fait intervenir le lien entre le trend et les données. Ce peut être justement l'axe horizontal (la symétrie). En Annexe XI nous discutons le fait que les filtres univariés linéaires dont le trend d'une droite est cette droite sont, même en application récursive, parfaitement symétriques sur une série en forme de marche d'escalier. Ceci donne des informations utiles pour l'interprétation de l'axe horizontal de la Figure 1 pour une série quelconque. Par ailleurs, l'Annexe VI discute un module de symétrisation qui vise à rendre n'importe quelle méthode à terme aussi symétrique qu'une méthode de référence, par exemple MHP (100).

#### 4.1.4 Examen détaillé de MHP

Le fait que MHP (100) et MHP (500) soient parmi les meilleurs candidats justifie d'explorer MHP aussi pour d'autres valeurs de  $\lambda$ . Il peut être également intéressant de faire varier l'autre paramètre de MHP : la taille de la fenêtre temporelle sur laquelle il est appliqué (24 années dans la version actuelle, dont de  $t-23$  à  $t$ ). C'est aussi une occasion d'explorer l'espace des paramètres d'une façon plus complète que nous n'avons le temps de le faire pour les autres méthodes, mais qui est susceptible d'apporter des enseignements pertinents aussi pour d'autres méthodes.

La Figure 4 montre l'output gap moyen et la volatilité du PIB trend pour différentes valeurs  $\lambda$  et en appliquant MHP sur des fenêtres de différentes tailles. Certaines non-monotonies peuvent paraître à première vue surprenantes.

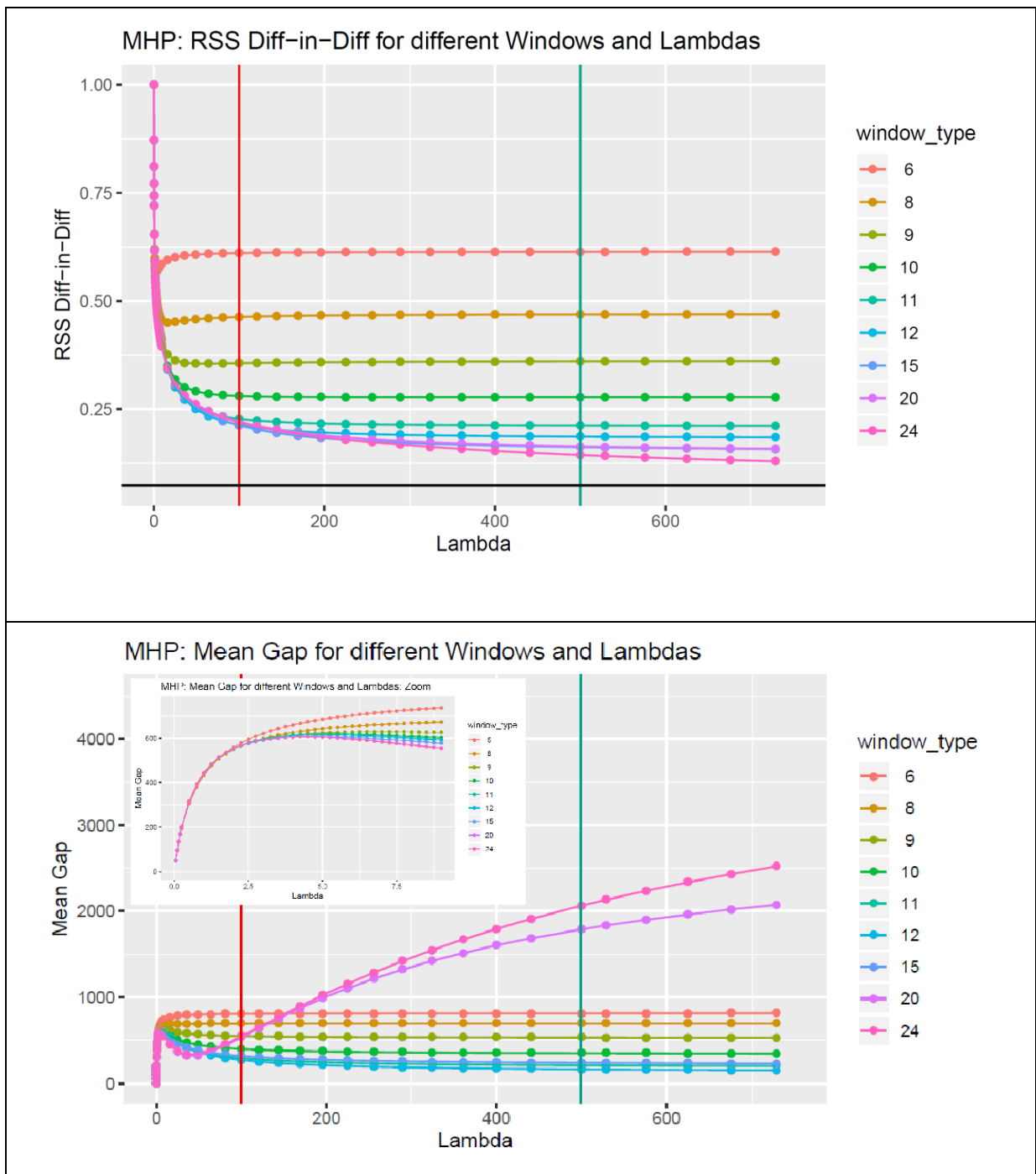
Pour  $\lambda=0$ , le PIB trend est égal au PIB effectif. L'output gap est donc nul et la volatilité sur PIB trend est égale à celle du PIB effectif. Pour  $\lambda = \infty$ , le PIB trend en application ex-post est une droite. La volatilité du PIB trend est donc entièrement due à la récursivité. Cette récursivité a un impact d'autant plus important que la fenêtre est étroite puisqu'il y a moins de recouvrement entre deux fenêtres successives (en proportion de la fenêtre). Nous nous attendions donc à ce que quelle que soit la taille de la fenêtre l'output gap soit identiquement nul et la volatilité du PIB trend égale à celle du PIB effectif quand  $\lambda=0$  et que la volatilité du PIB trend soit une fonction décroissante de la taille de la fenêtre quand  $\lambda=\infty$ . Pour des valeurs  $\lambda$  entre 0 et  $\infty$ , nous nous attendions à des courbes pouvant être concaves ou convexes, mais toujours monotones (pas croissantes sur un intervalle et décroissantes sur un autre).

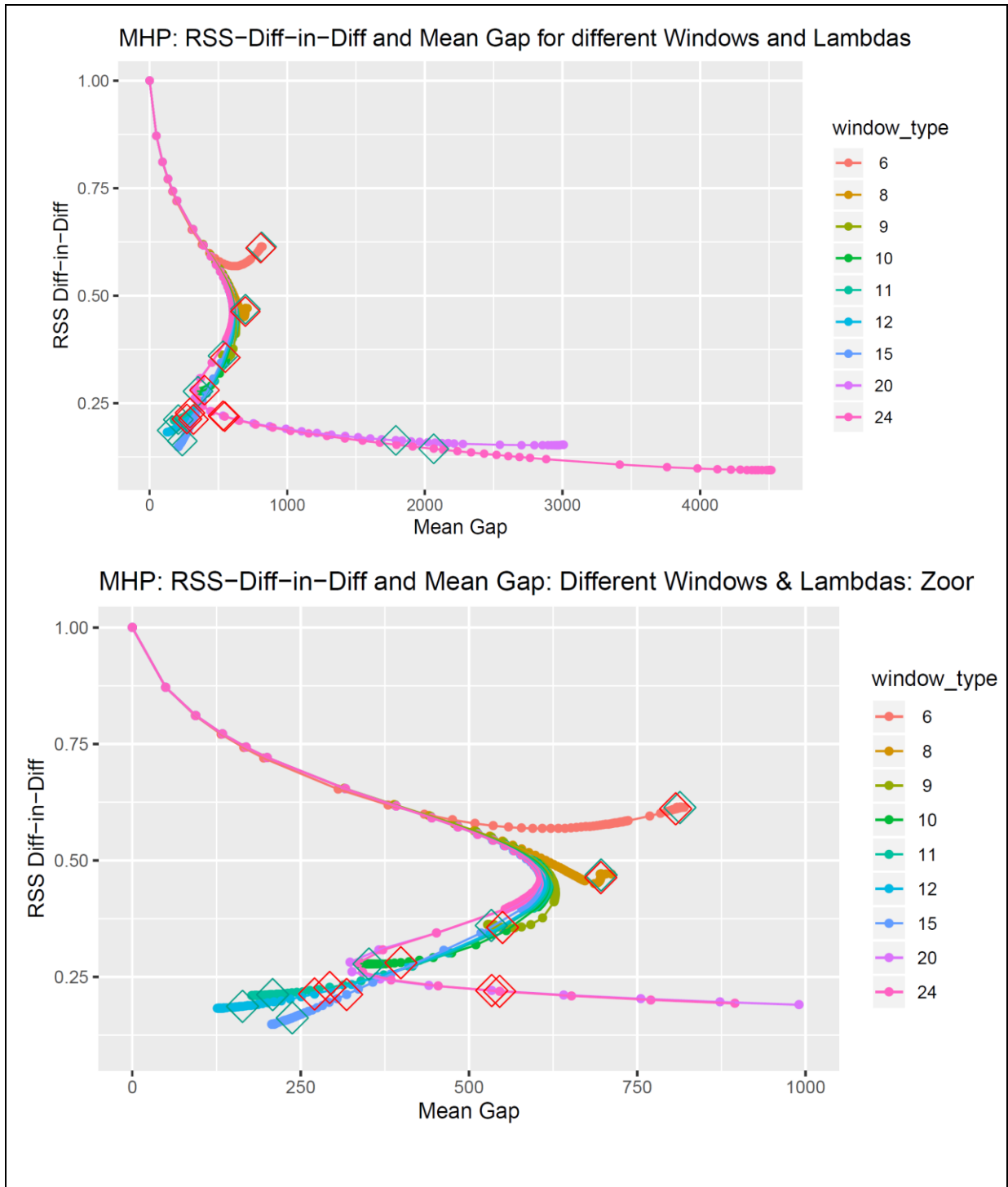
Nos anticipations sont-elles correctes ? Considérons d'abord la volatilité du PIB trend. Pour la valeur de  $\lambda$  la plus élevée visible sur le graphique (Figure 4, 1<sup>er</sup> graphique), la volatilité du PIB trend décroît effectivement quand la taille de la fenêtre augmente. Pour  $\lambda=0$ , la volatilité du PIB trend est effectivement égale à celle du PIB effectif quelle que soit la taille de la fenêtre. La façon de converger vers cette valeur est toutefois surprenante : les différentes courbes semblent se rapprocher d'un autre point pour ensuite converger ensemble vers la valeur prévue. De plus, les courbes ne sont pas nécessairement monotones : on observe en particulier que la volatilité du PIB potentiel atteint un minimum pour un certain  $\lambda$  quand la fenêtre est de taille 6 ou 8. Aussi paradoxal que cela puisse paraître, il est possible qu'en application récursive le PIB trend devienne plus volatile pour un  $\lambda$  plus élevé. Ce phénomène semble toutefois lié à des fenêtres de petite taille (fenêtre de 6 ans). En application ex-post le PIB trend est toujours moins volatile pour un  $\lambda$  plus élevé. Pour des fenêtres plus grandes, par exemple la taille 24 utilisée actuellement, la volatilité du PIB potentiel diminue par contre comme attendu quand  $\lambda$  augmente. L'excès de volatilité pour un  $\lambda$  donné par rapport à celle de  $\lambda = \infty$  peut alors entièrement être attribuée à la récursivité. Notons que la moitié environ de la volatilité du PIB trend selon MHP (100) appliqué à une fenêtre de 24 ans peut être attribuée à la récursivité. Soulignons que ce ratio dépend de la taille de la fenêtre (comme indiqué précédemment, le PIB trend peut pour de petites tailles de fenêtre être parfois même moins volatile pour un certain  $\lambda$  fini que pour  $\lambda = \infty$ ). MHP (100) und MHP (500) werden durch die roten und grünen

vertikalen Linien angezeigt.

Des remarques analogues s'appliquent à l'output gap moyen. Pour  $\lambda=0$ , l'output gap moyen est comme prévu nul quelle que soit la taille de la fenêtre. La façon de converger vers zéro est toutefois surprenante. Par ailleurs, l'output gap moyen pour un  $\lambda$  élevé n'est pas une fonction monotone de la taille de la fenêtre. Surtout, les courbes pour une fenêtre de 20 ou 24 ans ne sont pas du tout monotones (Figure 4, 2<sup>ème</sup> graphique). Au point que l'output gap moyen est pour certains  $\lambda$  plus bas pour ces fenêtres qu'avec des fenêtres plus courtes, alors qu'il est plus élevé pour d'autres  $\lambda$ .

**Figure 4: Output gap moyen et volatilité du PIB trend pour MHP avec différentes valeurs de  $\lambda$  et de taille de window**



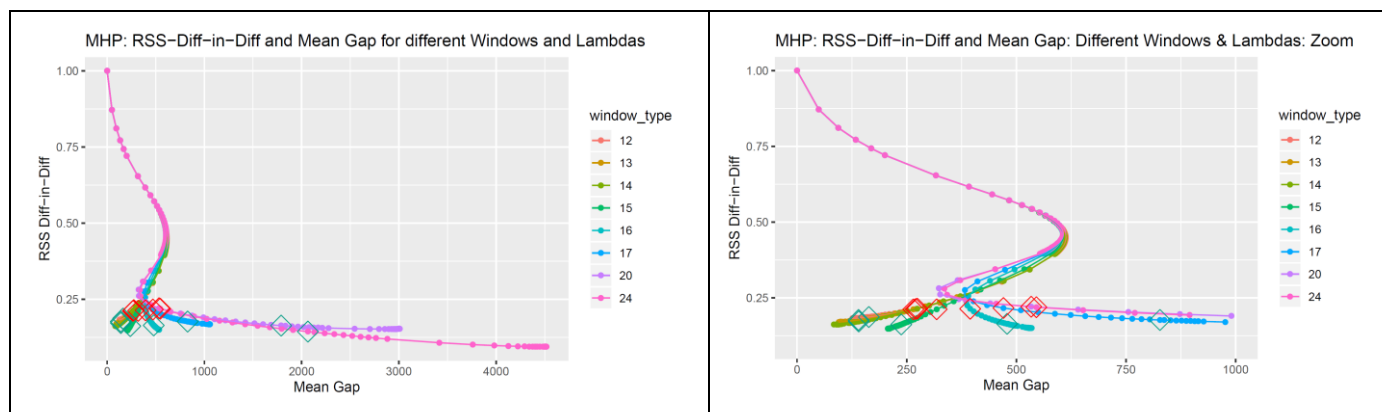


La droite verticale rouge correspond à  $\lambda=100$  et verte à  $\lambda=500$  (losanges rouges et verts dans le 3<sup>ème</sup> graph). Die Werte von  $\lambda$  wachsen von 0 auf über  $10^9$ .

Le dernier graphique de la Figure 4 indique le trade-off entre obtenir une bas output gap moyen et une basse volatilité du PIB trend. Toutes les parties croissantes de courbes indiquent des zones où il n'y a pas de trade-off : on peut baisser la volatilité du PIB trend tout en baissant l'output gap moyen. Si l'on considère uniquement ce graph, on conclut que le meilleur des MHP a  $\lambda = \infty$  et une fenêtre de taille intermédiaire (12 ou 15 ans par exemple).<sup>10</sup>

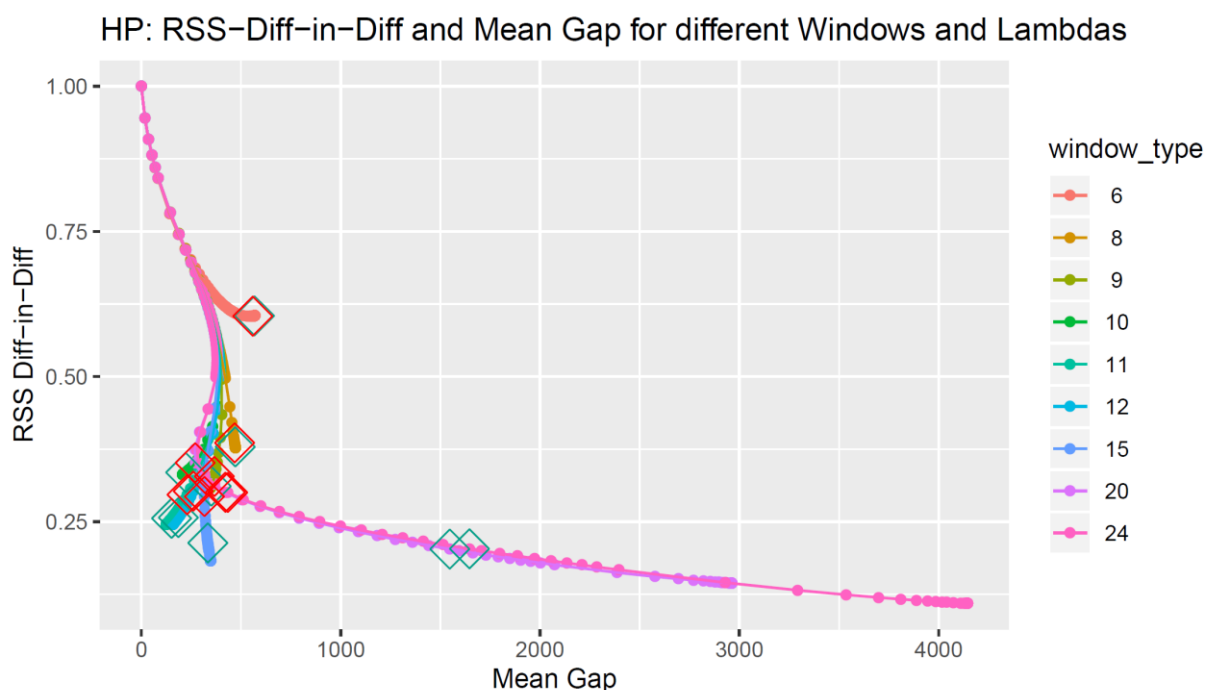
<sup>10</sup> Si  $\lambda = \infty$ , on peut se demander si la modification de HP fait encore du sens. En dessinant la figure correspondante pour HP on constate toutefois que, pour  $\lambda = \infty$ , MHP conduit à des volatilités du PIB trend plus basses et à des output gaps moyens plus bas (en tous cas quand on considère des tailles de fenêtres où la volatilité est

La figure ci-dessous explore plus en détail les fenêtres autour de 15 ans (graphique complet à gauche, zoom à droite). MHP ( $\lambda = \infty$ , fenêtre=14) et MHP ( $\lambda = \infty$ , fenêtre=15) semblent particulièrement attractifs. MHP ( $\lambda = \infty$ , fenêtre=24) est encore meilleur du point de vue de l'axe vertical, au prix d'un output gap moyen nettement plus élevé. Sur la plupart des courbes, le point correspondant à  $\lambda = 500$  est en fait déjà proche de celui de  $\lambda = \infty$ . MHP ( $\lambda = 500$ , fenêtre=24) donne aussi de bons résultats : il est verticalement approximativement au même niveau que MHP ( $\lambda = \infty$ , fenêtre=15), avec toutefois un plus grand output gap moyen puisqu'il symétrise plus lentement que MHP avec un  $\lambda$  plus faible. On observe par ailleurs que c'est entre 15 et 16 ans que se situe la limite entre les courbes qui convergent vers la droite et celles qui convergent vers la gauche.



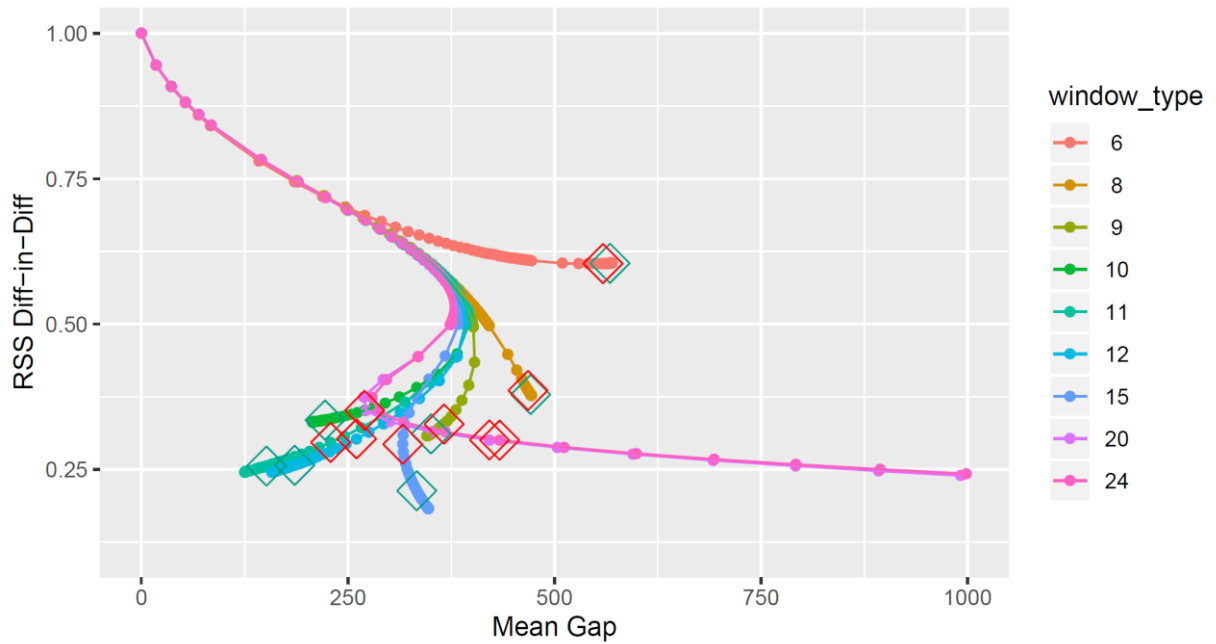
A titre de comparaison, la Figure 5 donne l'équivalent du dernier graph de la Figure 4 pour HP. La figure n'est pas identique, même pour  $\lambda = \infty$  (la volatilité du PIB trend est par exemple un peu plus élevée pour HP).

**Figure 5 : Output gap moyen et volatilité du PIB trend pour HP avec différentes valeurs de  $\lambda$  et de taille de window**



basse pour  $\lambda = \infty$ ).

HP: RSS-Diff-in-Diff and Mean Gap for different Windows and Lambdas: Zoom



Nous avons vérifié que les points pour  $\lambda=\infty$  sont identiques à ceux obtenus avec Detrend appliqué à une fenêtre de taille correspondante :  $HP(\infty) = Detrend$ . Le fait que  $MHP(\infty) \neq HP(\infty)$  implique que  $MHP(\infty) \neq Detrend$ .<sup>11</sup>  $MHP(\infty)$  est toutefois nécessairement une droite en application ex-post (tout « coude » apporterait une contribution infinie à la fonction de coût). Vu son bon score, il serait intéressant d'explorer si  $MHP(\infty)$  est égal à une Detrend pondéré (en application ex-post, Detrend est simplement la droite des moindres carrés ordinaires ; un Detrend pondéré serait ex-post une droite des moindres carrés pondérées). Plus généralement, cela suggère qu'il pourrait être utile d'explorer les Detrends pondérés.

#### 4.1.5 Comparaison plus détaillée entre MHP, SSU et les autres méthodes

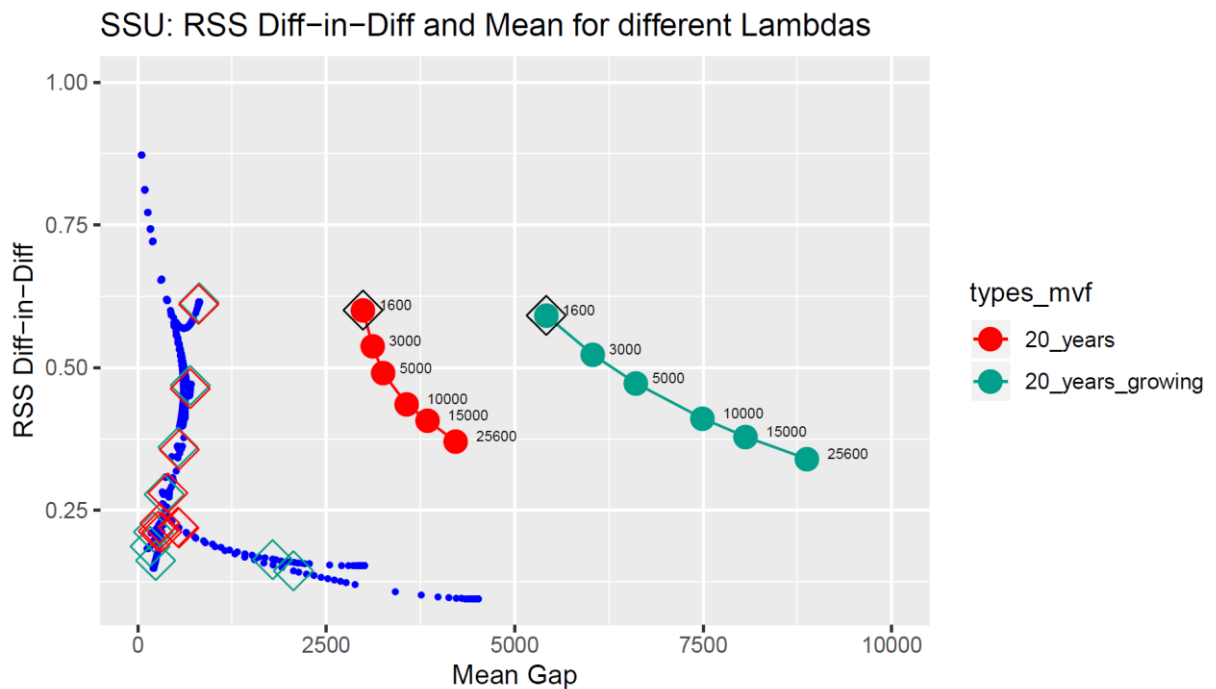
L'exploration approfondie des paramètres de MHP ouvre la possibilité de comparer MHP avec d'autres méthodes de façon plus exhaustive. Ainsi, la Figure 6 permet de comparer l'output gap moyen et la volatilité du PIB trend de MHP et SSU, mais uniquement pour quelques valeurs de leurs paramètres (nous pourrions effectuer ces calculs aussi pour les autres filtres multivariés, mais nous nous centrons sur SSU parce que c'est un candidat a priori prometteur puisqu'il intègre le chômage, facteur crucial pour la compréhension de la conjoncture). Or la Figure 3 a montré qu'augmenter la valeur  $\lambda$  utilisée par SSU permettrait de réduire la volatilité de son PIB trend. Peut-être que pour un  $\lambda$  bien choisi SSU parvient à un meilleur résultat que ce qui pourrait être obtenu par n'importe quel MHP. La Figure 6 montre que tel n'est pas le cas (comme ce graphique présente seulement  $\lambda$  et deux types de fenêtres, la possibilité subsiste qu'un meilleur choix de fenêtre ou d'une autre paramètre de SSU permette d'être meilleur).

La Figure 6 suggère que pour tout SSU avec fenêtre 20 years growing, il existe un SSU avec fenêtre 20 year moving qui est strictement meilleur (sauf pour un SSU\_20\_years\_growing avec un  $\lambda$  très élevé, si on accorde beaucoup plus d'importance à réduire la volatilité du PIB trend qu'à limiter l'output gap moyen), et il existe un MHP encore meilleur.

<sup>11</sup> Sous réserve qu'il n'y ait pas de problèmes de convergence. Les graphs ci-dessus sont calculés avec une valeur  $\lambda$  maximale de  $10^9$ . Vers cette valeur, un accroissement de  $\lambda$  n'apporte qu'une modification minimale sur les deux axes du graphique. De plus, l'égalité obtenue avec Detrend prouve au moins pour HP que la limite est atteinte. Comme nous n'avons pas dérivé l'équivalent de Detrend pour MHP, nous sommes moins certains d'avoir atteint la limite sur MHP. Mais cela semble extrêmement probable, vu que pour MHP aussi les modifications de  $\lambda$  n'apportent que des changements minimes vers  $\lambda=10^9$ .

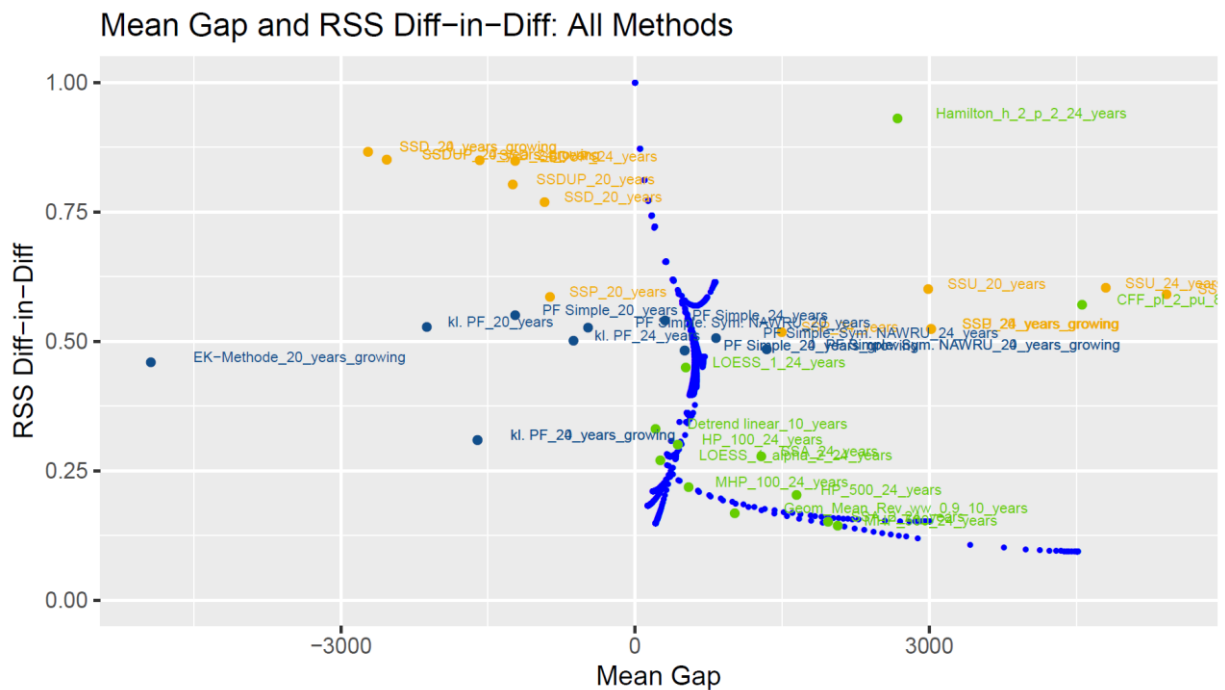


**Figure 6 : Comparaison entre MHP et SSU pour différents  $\lambda$  et différentes fenêtres**



Les losanges rouges, verts et noirs correspondent respectivement à  $\lambda=100$ , 500 et 1600 (c'est-à-dire en principe l'équivalent trimestriel du 100 annuel). Les valeurs indiquées à côté des points rouges et bleus désignent  $\lambda$ .

Wir können nun wiederum den MHP-Filter mit den restlichen Methoden vergleichen, indem wir zu Figure 1 zurückkehren und die untersuchten Spezifikationen des MHP-Filters einsetzen. Wir stellen fest, dass in dieser Grafik vernünftige Spezifikationen des MHP-Filters zu den besten Methoden überhaupt gehören.



Ces figures illustrent une direction dans laquelle la présente étude pourrait être approfondie en explorant mieux l'espace des paramètres lors des comparaisons de méthode. Ceci permettrait d'éviter d'attribuer à une méthode un avantage qui ne provient en fait que d'un meilleur choix de paramètres.

#### 4.1.6 Utilisation pour SSU d'un autre indicateur de la situation sur le marché du travail que ILO

Dans SSU, nous avons utilisé l'indicateur du taux de chômage au sens du BIT : ILO (International Labor Organisation). Il est vraisemblable qu'un indicateur reflétant la difficulté à recruter (« Rekrutierungsschwierigkeiten » lié à la courbe de Beveridge) soit plus pertinent comme le propose Stalder (2020b). Plus exactement, nous utilisons URMod de Stalder ainsi défini :

$$URMod = \frac{Offre\ de\ travail - Emploi}{Offre\ de\ travail}$$

qui peut s'exprimer en fonction de l'indicateur « Rekrutierungsschwierigkeiten » de BESTA et d'un paramètre structurel qui doit être estimé.

Les figures du §4.1.7 montrent que le remplacement de ILO par cet indicateur permet d'améliorer le score de SSU à la fois sur la volatilité du PIB trend et l'output gap moyen.

#### 4.1.7 Résumé intermédiaire et graphiques consolidés

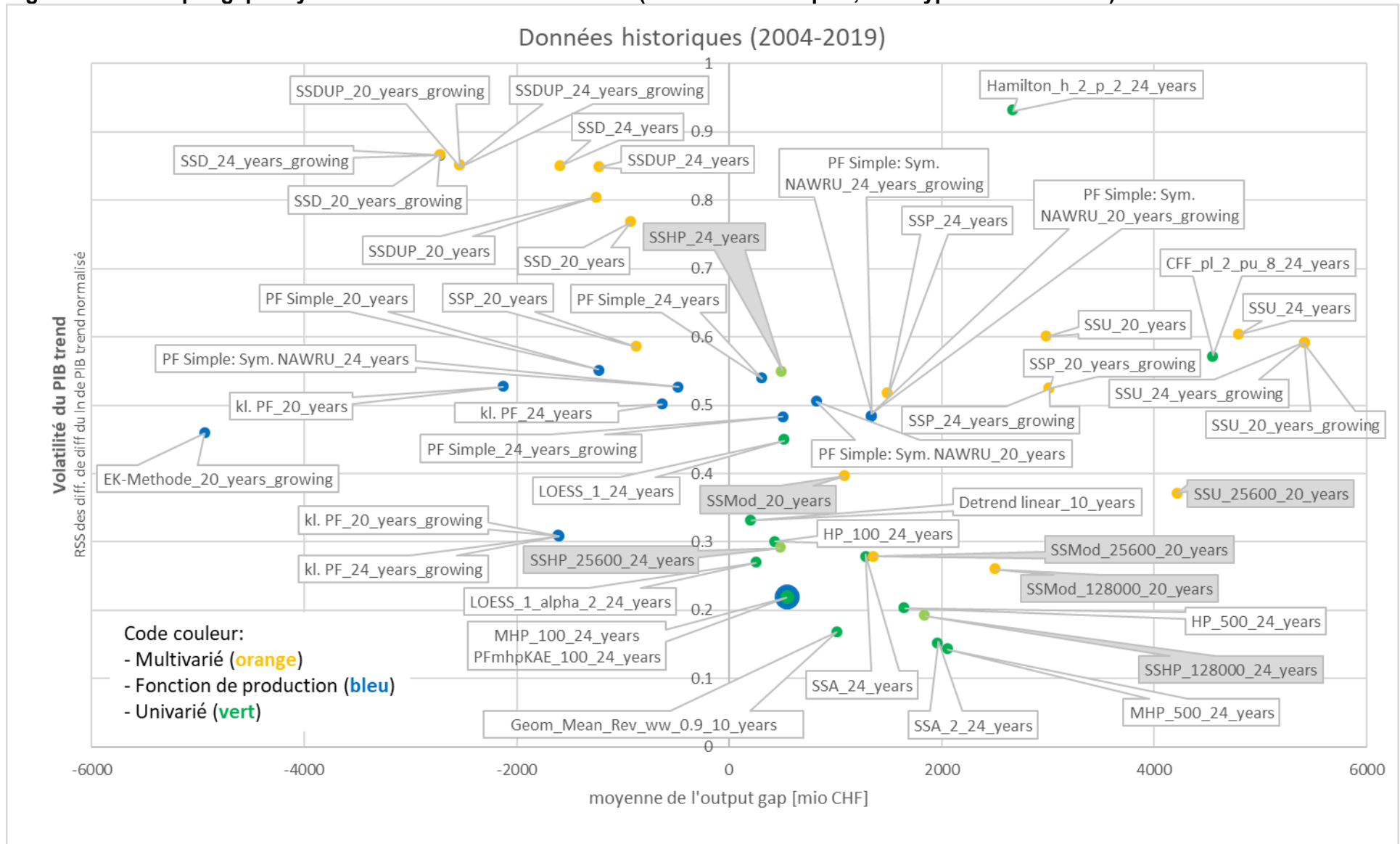
Nous étions partis grosso modo des méthodes utilisées par le SECO. Le fait que les méthodes complexes (filtres multivariés et fonctions de production) conduisent à un PIB trend généralement beaucoup moins lisse que les filtres univariés nous a surpris. Nous avons cherché des explications. Notre première idée était que peut-être les informations additionnelles utilisées par les méthodes complexes apportent du bruit. Nous avons constaté que tel est le cas pour le NAWRU basé sur la courbe de Phillips. Mais la courbe de Phillips n'étant utilisée que par les fonctions de production, nous avons dû chercher d'autres explications pour les filtres multivariés. Nous avons alors examiné le rôle de la taille des fenêtres et trouvé qu'elle jouait un rôle important, notamment par l'impact du chômage élevé des années 90 sur les estimations. Par ailleurs, les filtres multivariés étant appliqués sur des données trimestrielles (pour avoir suffisamment de données), le problème pouvait provenir d'un mauvais choix de  $\lambda$ . Nous avons pris la valeur  $\lambda=1600$  pour les données trimestrielles considéré généralement comme la valeur correspondant à  $\lambda=100$  sur des données annuelles. Selon la formule de Ravn et Uhlig fondée sur l'analyse spectrale, la valeur correspondante serait plutôt  $\lambda=25'600$  pour les données trimestrielles. Nous constatons qu'augmenter la valeur de  $\lambda$  diminue bien la volatilité du PIB trend des filtres multivariés (plus exactement, nous n'avons effectué les calculs que pour le filtre qui nous paraissait le plus prometteur : SSU). En comparant HP (100) sur des données artificielles et HP (1600) et HP (25'600) sur des données trimestrielles, nous constatons que HP (25'600) trimestriel se trouve très proche de HP (100) annuel (contrairement à HP (1600) trimestriel), ce qui suggère fortement que pour notre problématique  $\lambda=25'600$  est la valeur trimestrielle correspondant à  $\lambda=100$  annuel. Malgré ces  $\lambda$  plus élevés, SSU restait moins bon que les filtres univariés et notamment MHP (100). Nous avons pensé qu'une variable plus appropriée que ILO pourrait refléter la situation sur le marché du travail : l'indicateur de Peter Stalder fondé sur la difficulté à recruter. Il s'avère que le score de SSU s'améliore effectivement avec ce nouvel indicateur. Mais même en cumulant l'augmentation de  $\lambda$  et le changement d'indicateur, SSU reste finalement moins bon que MHP.

Les figures ci-dessous sont des versions de figures que nous avons déjà discutées ci-dessus, mais complétées par les nouvelles méthodes étudiées :

##### i) Figure 1 bis

La nette stratification sur l'axe vertical observée sur la Figure 1 est quelque peu brisée par le

Figure 1 bis : Output gap moyen versus volatilité du PIB trend (données historiques, tous types de méthodes)

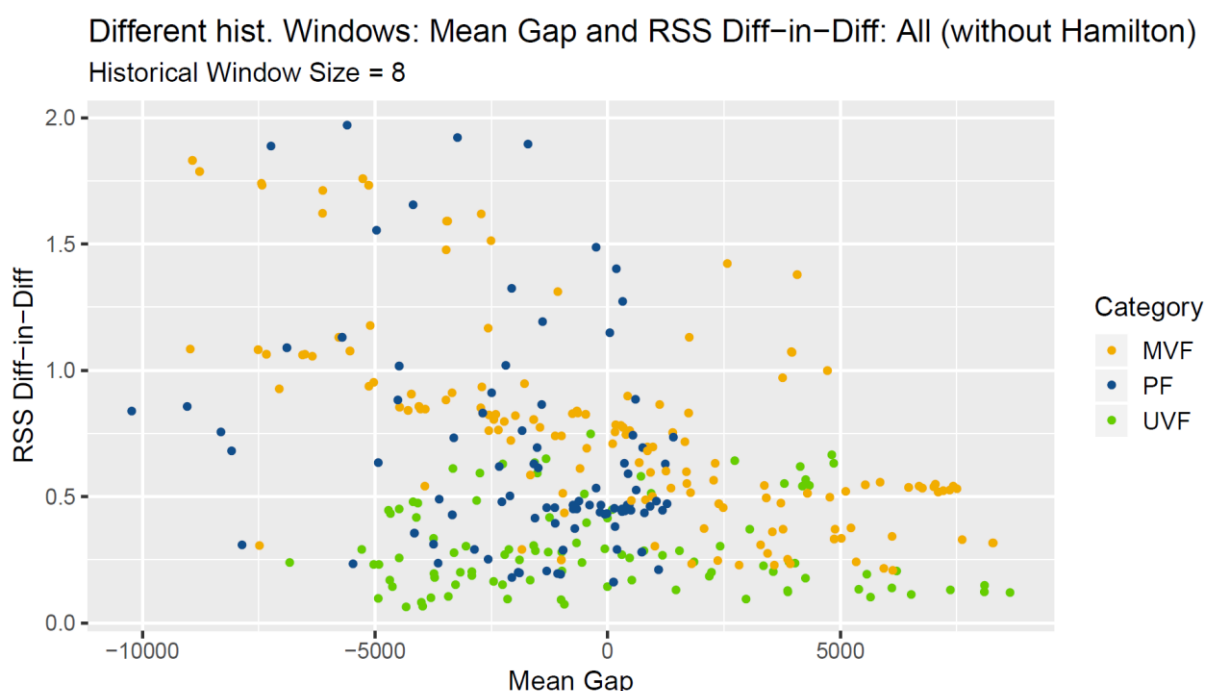


fait que les filtres multivariés avec  $\lambda=25'600$  ont une volatilité du PIB trend plus basse que quand  $\lambda=1600$ . Surtout, le remplacement de ILO par l'indicateur de Stalder (méthode SSMod) réduit encore la volatilité du PIB trend tout en rapprochant l'output gap moyen de zéro (surcompensant ainsi l'augmentation de l'output gap moyen due à un  $\lambda$  plus élevé). Les filtres univariés tendent toutefois encore à rester meilleurs que les méthodes complexes. En particulier, les méthodes ajoutées restent strictement inférieures à MHP (100).

## ii) Figure 1b bis

La figure 1b bis présente les résultats sur une période mobile contenant 8 années (les résultats pour 9 de ces petites fenêtres sont représentés : chaque méthode donne 9 points). La stratification verticale est moins nette que dans la Figure 1 bis parce que les fenêtres sont plus courtes et les résultats donc plus aléatoires. Les conclusions globales tirées de la Figure 1 bis sont toutefois confirmées par cette analyse de sensibilité.

### Figure 1b bis: analyse de sensibilité de la Figure 1 bis

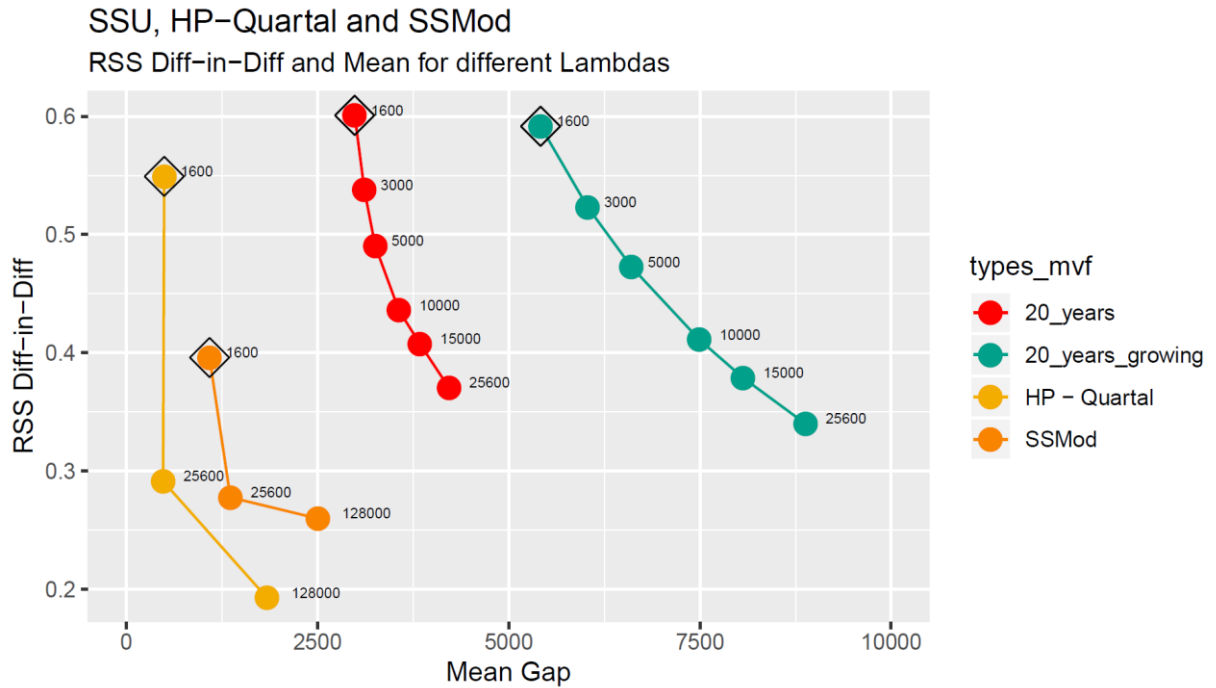


Les points bleus qui ont de basses valeurs sur l'axe vertical (au milieu des points verts) correspondent à *PFmhpKAE* qui pour ces données est égal à MHP.

## iii) Figure 3 bis

Sur la Figure 3 bis, SSmod et HP trimestriel (SSHP) sont ajoutés à la Figure 3. On constate que SSmod est strictement meilleur que les autres SSU.

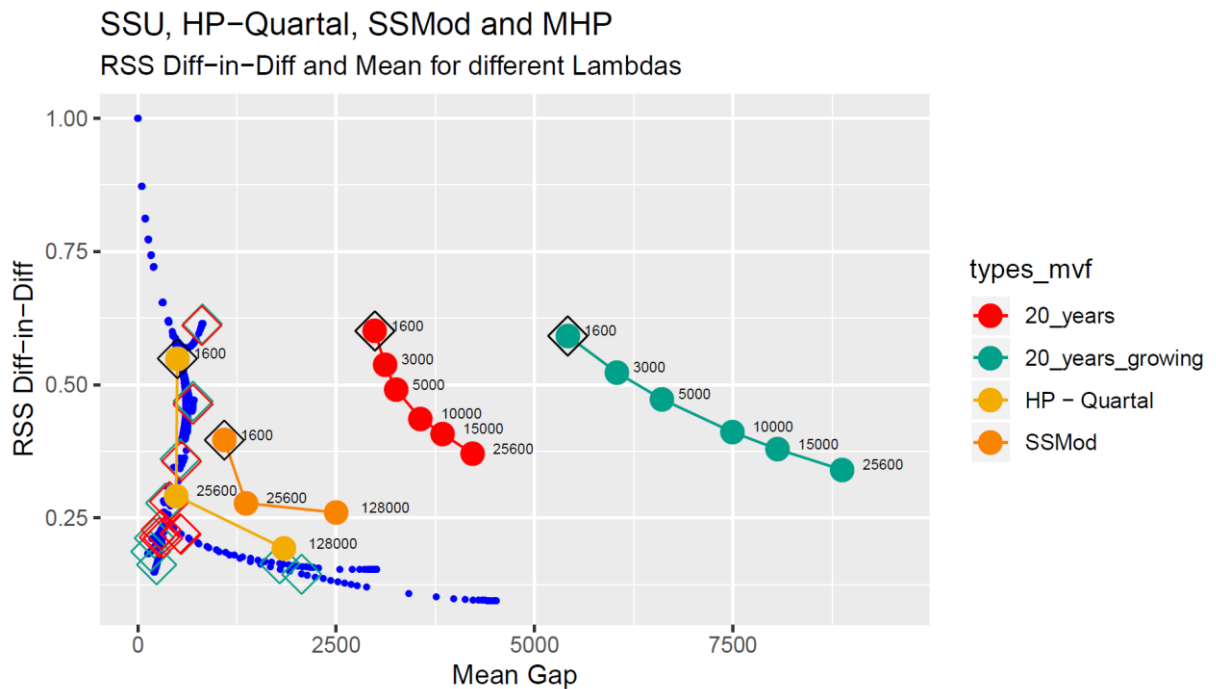
**Figure 3 bis : Output gap moyen et volatilité du PIB trend pour différents  $\lambda$  de SSU**



**iv) Figure 6 bis**

La Figure 6 bis ajoute tous les MHP annuel à la Figure 3 bis. MHP annuel est aussi meilleur que SSMoD (et les autres SSU). MHP annuel est comparable à HP trimestriel, voire meilleur si on s'intéresse à une faible volatilité du PIB trend (la courbe MHP donne toutefois les valeurs pour une large gamme de paramètres, alors que HP trimestriel n'est donné que pour 3 valeurs de  $\lambda$  et une seule taille de fenêtre).

**Figure 6 bis : Comparaison entre MHP et SSU pour différents  $\lambda$  et différentes fenêtres**



## 4.2 Evolution temporelle du PIB trend et du coefficient k

L'examen de l'output gap moyen et de la volatilité du PIB trend néglige l'évolution temporelle : les périodes de basse et de hautes conjonctures sont-elles perçues au bon moment ?

La Figure 7 présente l'évolution temporelle du PIB trend pour quelques méthodes. Les méthodes univariées peuvent être projetées jusqu'en 2024 (prévisions du groupe d'experts pour 2020 et 2021, prévisions réalisées par le SECO pour les années 2022, 2023 et 2024). La méthode de la Commission européenne est basée sur davantage de données annuelles, certaines d'entre elles ne pouvant être projetées que jusqu'en 2021 car les prévisions du groupe d'experts ne sont disponibles que jusqu'à cette date. Les méthodes basées sur des données trimestrielles vont jusqu'au premier trimestre 2020 (ce qui permet de calculer le coefficient k jusqu'en 2019) car nous ne disposons pas de prévisions au-delà.

Dans tous les cas, le coefficient k a un minimum (local) en 2007, un maximum en 2009 et un autre maximum en 2020 (pour les graphes qui indiquent cette date). Les allures générales sont donc similaires. L'ampleur des fluctuations du coefficient k entre 2007 et 2009 est généralement de l'ordre de 0.05. L'impact du Covid-19 sur le coefficient k de 2020 dépend par contre plus fortement des modèles. Ainsi, la méthode de la Commission européenne sans prise en compte du Kurzarbeit ne conduit qu'à une faible augmentation du coefficient k, alors que sa prise en compte engendre une augmentation massive. *PFmhpKAE* qui ne diffère de MHP que par la prise en compte du Kurzarbeit n'engendre un coefficient k guère différent de celui de MHP en 2020 (et pas différent avant), mais cet écart se creuse à partir de 2021, la prise en compte du Kurzarbeit conduisant à un coefficient k plus élevé qui n'exige pas encore des surplus (In Annexe III ist eine formale Herleitung des Verfahrens zu finden). Le niveau des courbes de coefficient k varie avec les méthodes. SSU se distingue en donnant un coefficient k quasiment toujours négatif. PF Simple ressemble à SSU, avec une courbe de coefficient k toutefois décalée vers le haut, ce qui lui permet d'être plus symétrique.

Compte tenu de la relative similitude entre les différentes figures, et parce que le PIB potentiel véritable n'est pas observable, il est difficile d'utiliser l'évolution temporelle du PIB trend et du coefficient k pour discriminer entre les méthodes, sauf en cas de crise massive telles que celle de 2020.

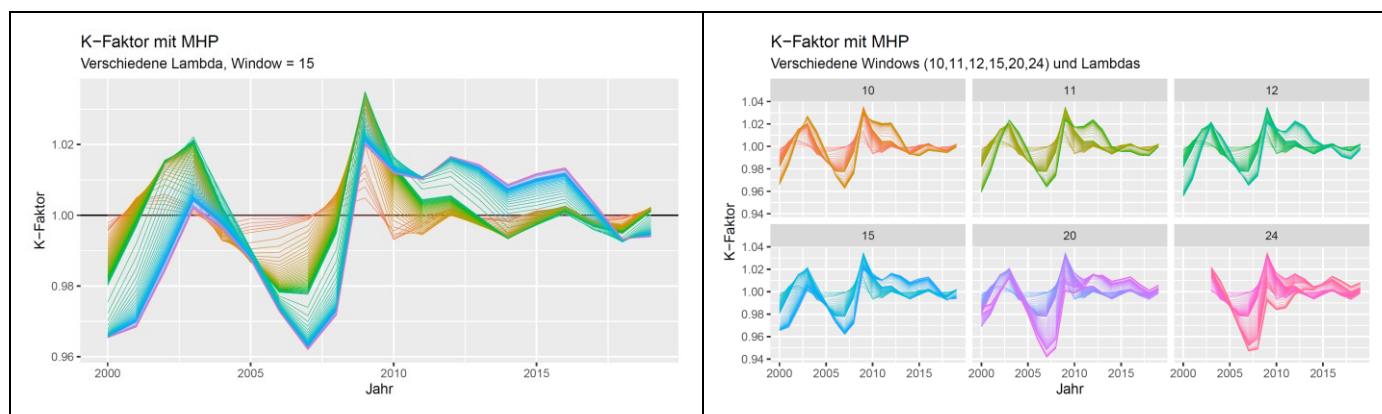
En exigeant des surplus dès 2022, MHP (100) semble trop restrictif. La symétrie peut certes exiger que des surplus soient dégagés pour compenser les déficits avant même que l'économie ait pleinement retrouvé son équilibre, mais 2022 semble prématuré. MHP (500) laisse davantage de répit, et *PFmhpKAE* encore davantage. L'épidémie du Covid-2019 est une situation particulièrement extraordinaire. Il pourrait donc être justifié de traiter les baisses de recettes engendrées par la baisse du PIB dans le cadre d'une procédure extraordinaire. Il semble toutefois plus sain d'utiliser une méthode qui soit robuste face à un tel choc. D'une part pour éviter le recours à des décisions discrétionnaires susceptibles d'éroder la crédibilité du frein à l'endettement. D'autre part pour éviter un système à deux régimes soulevant la délicate question de la frontière à partir de laquelle de telles mesures discrétionnaires sont justifiées. Finalement, le problème rencontré par MHP (100) en 2022 n'est peut-être qu'un cas particulièrement extrême et visible d'une trop grande réactivité du PIB trend qui d'ordinaire se manifeste de façon moins intense. A cet égard, MHP (500) et *PFmhpKAE* gèrent le problème différemment. *PFmhpKAE* diffère de MHP uniquement dans la mesure où il existe du Kurzarbeit. Or le Kurzarbeit est généralement faible, sauf en cas de crise importante. MHP (500) par contre a constamment une plus grande inertie que MHP (100). Ces deux options ne s'excluent pas mutuellement. Ce que nous nommons *PFmhpKAE* est en fait *PFmhpKAE* (100) avec 24 années. On peut aussi envisager *PFmhpKAE* (500) ou un autre  $\lambda$ . Zusätzlich kann auch die Fensterlänge justiert werden.

D'autres alternatives encore pourraient être analysées. Dans son feed-back à une version préliminaire du présent papier, Peter Stalder a étudié un filtre multivarié intégrant le marché du travail (SSU) et prenant en compte le Kurzarbeit. Dans cette approche le Kurzarbeit est traité

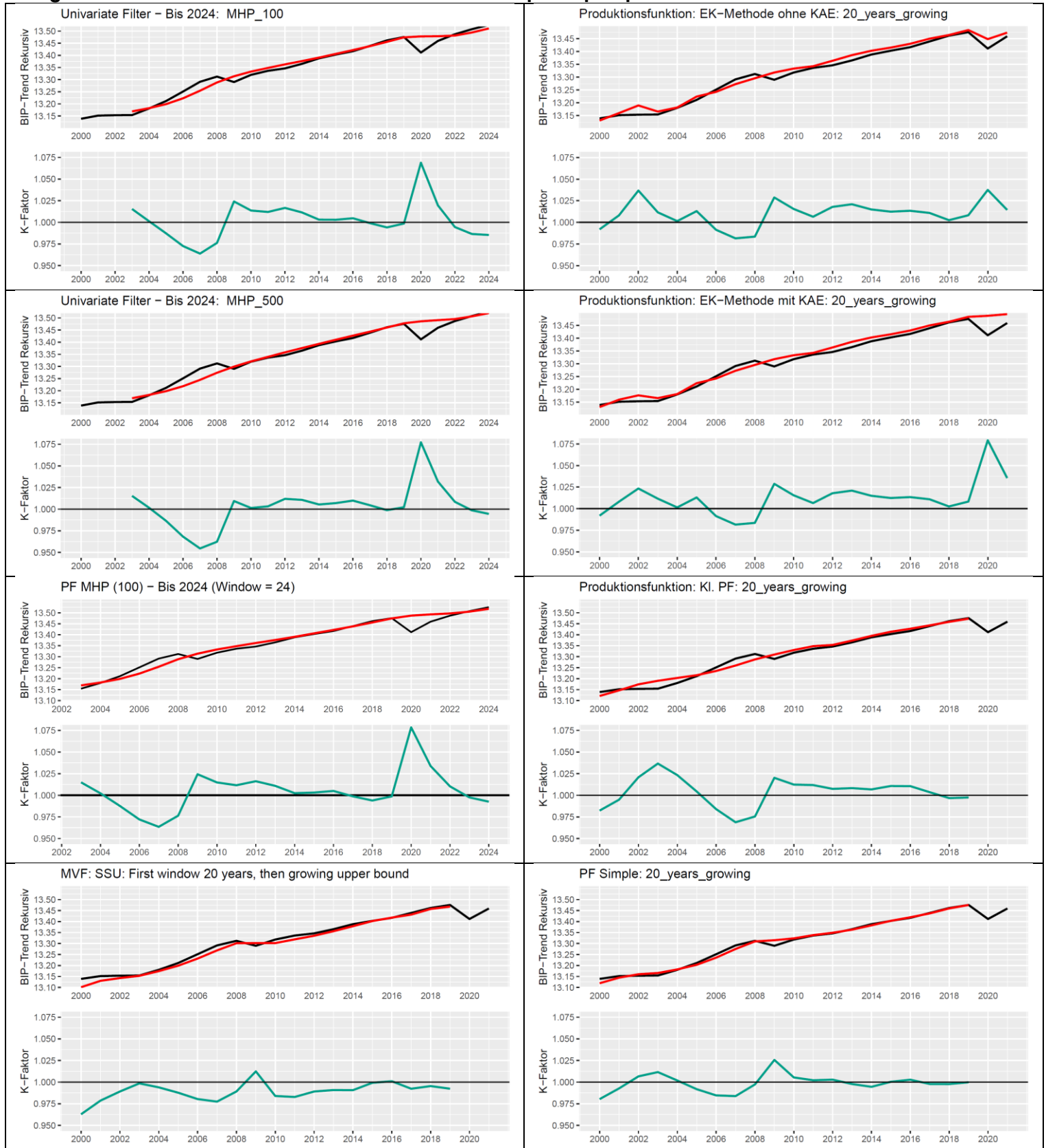
comme le chômage ordinaire. Ceci est correct dans le sens que comme les personnes au chômage, les personnes en Kurzarbeit ne produisent pas (ou moins). Par contre, ils retrouveront vraisemblablement plus rapidement le plein emploi une fois le cœur de la crise passé. Leur écart du marché du travail n'est donc pas du tout structurel. Par ailleurs, le Kurzarbeit n'a pas le même impact que le chômage sur les salaires et l'inflation.

La Figure 7 b indique l'évolution du coefficient k selon MHP pour différentes valeurs de  $\lambda$  et de taille de fenêtres. Sur les figures, les  $\lambda$  petits correspondent à des coefficients k plus proches de 1. On peut suivre l'augmentation des  $\lambda$  en suivant les couleurs dont les courbes s'écartent de 1 (ceci est plus visible sur le graphique de gauche). L'allure générale est similaire pour tous les paramètres, mais l'ampleur des variations dépend des paramètres.

**Figure 7 b : Coefficient k pour MHP avec différents  $\lambda$  et différentes tailles de fenêtre**



**Figure 7 : Evolution du PIB trend et du coefficient k pour quelques méthodes**



Ligne noire : PIB effectif

Ligne rouge : PIB trend



## 5 Résultats sur les données artificielles (méthodes univariées)

Les données historiques offrent des informations utiles. La robustesse des conclusions qu'on en tire doit toutefois être relativisée. La période historique considérée n'est pas nécessairement représentative de l'avenir. Peut-être même n'est-elle pas représentative de ce qui aurait pu arriver : le même processus aléatoire qui a engendré ce passé aurait pu en engendrer un autre. Finalement, la complexité des données rend difficile d'aller au-delà des résultats obtenus pour étudier les propriétés des différentes méthodes. C'est pourquoi nous poursuivons l'analyse sur des données artificielles. Pour des raisons de temps et de complexité, nous restreignons toutefois aux méthodes univariées l'étude sur des données artificielles. Ceci implique que nous disposerons d'une connaissance nettement plus approfondie de ces méthodes que des filtres multivariés et des fonctions de production. Jedoch basieren alle in diesem Bericht untersuchten Multivariaten Filter und Produktionsfunktionen im Konzept oder direkt auf den univariaten MHP- oder HP-Filter. Somit sind Erkenntnisse über Letztere auch in der Analyse der Ersteren nützlich.

### 5.1 Données stylisées

Les données artificielles stylisées sont des données très simples qui permettent plus facilement d'interpréter les propriétés des différentes méthodes. Nous considérons par exemple une marche d'escalier montante ou descendante, diverses variantes de baisse du taux de croissance, des sinus, une fonction périodique asymétrique de période 24 ans, un zigzag de période 24 ans, une parabole, ainsi qu'une addition et une multiplication de sinus. Pour se centrer sur leurs propriétés, les méthodes sont appliquées directement sur ces séries sans en prendre d'abord le log (alternativement ces séries peuvent être interprétées comme étant des logs de PIB). Nous nous contentons ici de présenter en Figure 8 et discuter quelques exemples illustratifs (des informations complémentaires sont disponibles en annexe II).

#### 5.1.1 MHP sur marche d'escalier descendante

Le PIB trend suit la baisse du PIB effectif avec une certaine inertie. Au lieu de converger vers le nouvel équilibre du PIB effectif, il « overshoot » en devenant plus bas. C'est seulement ensuite qu'il converge vers le nouveau PIB effectif. Cet overshooting est nécessaire pour générer les surplus qui compensent les déficits autorisés dans un premier temps. MHP est toujours parfaitement symétrique en application ex-post. Sur cette marche d'escalier, il est aussi parfaitement symétrique en application récursive dans le sens que le cumul des gaps, une fois que le choc s'est suffisamment éloigné pour disparaître de sa fenêtre, est nul entre la série sur laquelle le filtre est appliqué et son trend. On peut montrer que tel est le cas pour tous les filtres linéaires univariés tels que le trend d'une droite est cette même droite (Annexe XI). Si toutefois le filtre est appliqué sur le log du PIB (comme cela est fait actuellement) plutôt que sur le PIB, alors l'output gap cumulé ne sera pas nul, même si le cumul des gaps du log du PIB est nul. L'output gap est en fait dans ce cas en principe positif, ce qui implique une politique budgétaire restrictive. Appliquer récursivement le filtre sur le log du PIB conduit à un output gap cumulé qui n'est qu'approximativement nul puisqu'il est en principe positif.<sup>12</sup>

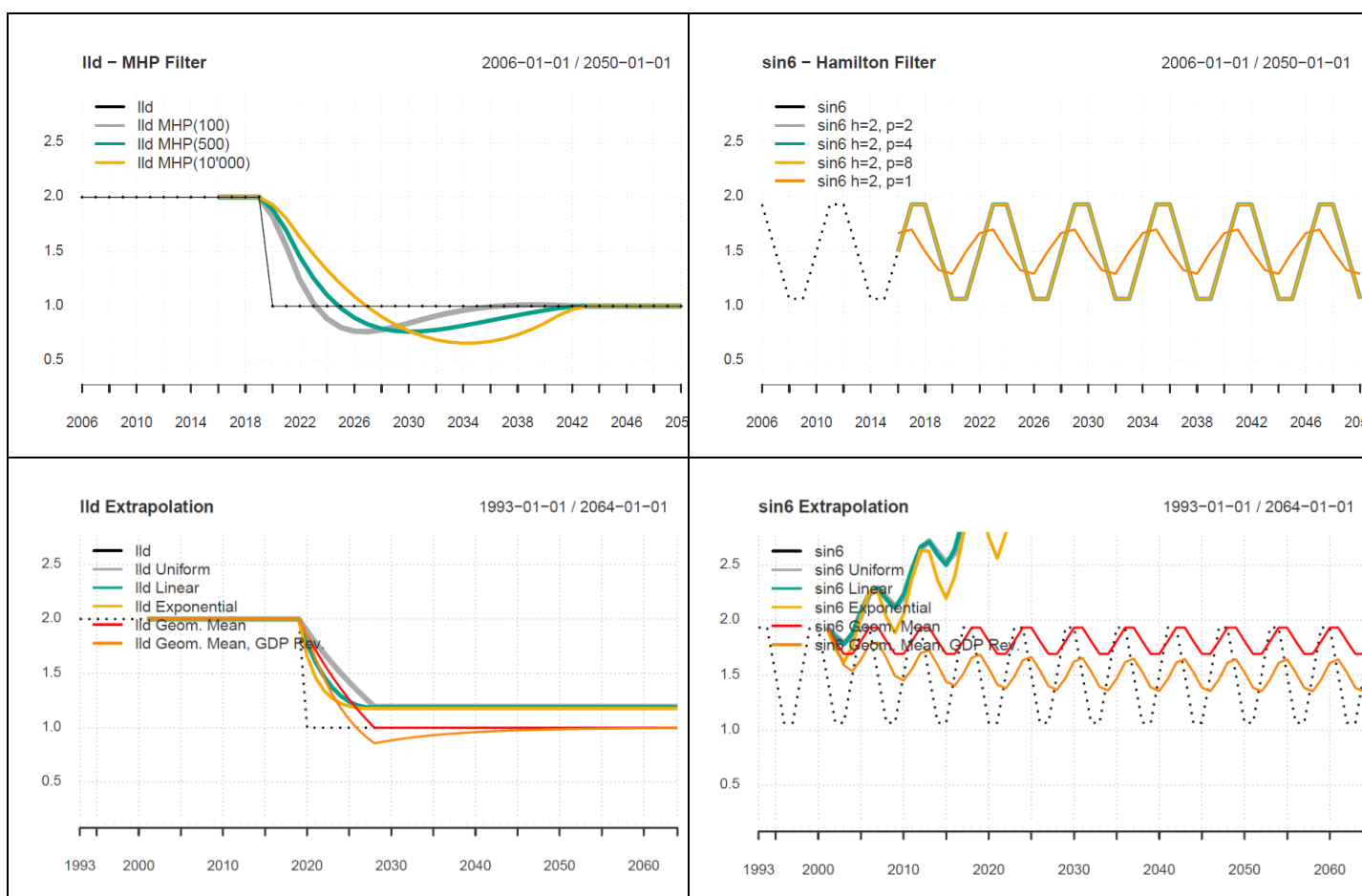
On pourrait en déduire qu'il serait préférable d'appliquer le filtre directement sur le PIB effectif

---

<sup>12</sup> L'output gap cumulé pour une marche d'escalier croît d'abord avec  $\lambda$  pour atteindre un maximum pour un certain  $\lambda$  et ensuite décroître vers une valeur asymptotique pour des  $\lambda$  encore plus élevés. Le fait que la non-monotonie discutée au §4.1.4 se manifeste déjà dans le cas simple d'une marche d'escalier pourrait servir de point de départ pour en dégager une compréhension intuitive.

plutôt que sur son log. Mais on peut voir que dans ce cas aussi l'output gap tendra à être positif. En effet, si le PIB effectif suit une exponentielle (ce qui est le cas si son taux de croissance est constant), alors le trend calculé en appliquant directement le filtre sur le PIB effectif sera constamment en-dessous du PIB effectif, ce qui conduirait à exiger constamment des surplus budgétaires. Le log du PIB effectif serait par contre une droite et son trend serait égal à cette droite. Appliquer le filtre sur le log du PIB effectif présente donc l'avantage que le PIB trend est égal au PIB effectif si celui-ci suit une exponentielle. Le fait que le filtre appliqué directement à une série exponentielle ne soit pas symétrique reflète une deuxième cause de déviation par rapport à la symétrie : les output gaps engendrés par un choc ne s'annulent qu'après un certain temps (égal à la taille de la fenêtre du filtre). Sur une période donnée, il y a toujours des innovations (en particulier les dernières) qui ne sont pas encore « digérées ». Cet effet est renforcé dans le cas d'une exponentielle par le fait que ces innovations augmentent au cours du temps. Les innovations en fin de période étant toujours plus grandes que durant le reste de la période, leurs impacts s'additionnent.

**Figure 8 : Quelques exemples d'utilisation des données stylisées**



Si le PIB effectif suit une droite à laquelle se rajoutent des chocs aléatoires, alors il est préférable d'appliquer le filtre directement sur le PIB effectif pour que le cumul des output gaps engendrés par un choc devienne nul après un temps fini. Si par contre, comme cela est plus vraisemblable, le PIB effectif suit une exponentielle à laquelle se rajoute des chocs aléatoires, alors il est préférable d'appliquer le filtre sur le log du PIB, même si cela implique que les déviations par rapport à l'exponentielle peuvent engendrer un output gap moyen différent de zéro. Cet output gap moyen resterait toutefois vraisemblablement proche de zéro, puisqu'il serait zéro si le PIB effectif suivait une parfaite exponentielle. De plus, sur une période d'une vingtaine d'années (comme utilisée actuellement), l'approximation linéaire du log n'est vraisemblablement pas trop mauvaise, ce qui limite les différences entre l'application du filtre sur le PIB effectif et sur son log.

Concernant le choix de  $\lambda$  : quand  $\lambda$  est plus élevé, un plus grand répit est accordé après un choc négatif : de plus grands déficits sont autorisés plus longtemps. Mais en compensation, un  $\lambda$  plus élevé exige davantage de surplus ultérieurement pour compenser ces déficits. De plus, si le choc est positif, un  $\lambda$  plus élevé conduit à exiger plus longtemps des surplus après le choc.

### 5.1.2 Extrapolation (géom) sur marche d'escalier descendante et sur un sinus de période 6 ans

L'idée de l'extrapolation (qui n'est pas une méthode standard) est de prolonger le PIB en utilisant le taux de croissance moyen passé. Ceci suppose de préciser sur quelle fenêtre temporelle la moyenne est calculée, de quelle moyenne il s'agit (arithmétique, géométrique, etc.), et où exactement cette croissance moyenne est accrochée (sur le PIB effectif ou le PIB trend de l'année précédente, ou entre les deux).

On voit sur l'exemple de la marche d'escalier que le PIB trend reste de façon permanente à l'écart du PIB effectif après le choc si la moyenne est calculée autrement que géométriquement. Accrochée au PIB trend (courbe rouge), la moyenne géométrique conduit toutefois à un output gap asymétrique pour ce choc asymétrique (ce qui n'exclut pas une réponse plus symétrique à une marche descendante suivie d'une marche montante de même ampleur). La courbe orange est le cas où le taux de croissance est accroché entre le dernier PIB trend et le dernier PIB effectif, avec un poids de 90% pour le PIB potentiel et 10% pour le PIB effectif. Il est préférable d'accrocher le taux de croissance moyen à un point situé entre le PIB effectif et le PIB trend plutôt qu'à l'une des extrémités. Si on accroche au PIB effectif, le PIB trend hérite de la volatilité du PIB effectif et devient trop volatile (la Figure 8 ne présente pas cette courbe). Si on l'accroche au PIB trend, le PIB trend risque de s'écarter de façon permanente du PIB effectif (ce qui se répercutera sur les output gaps moyens). Ceci concerne aussi la moyenne géométrique comme on le voit sur le sinus où elle évolue loin de la moyenne des PIB effectifs (même si elle se comporte mieux que les trends calculés selon des moyennes autres que géométriques qui divergent complètement). C'est seulement en accrochant la moyenne géométrique entre le PIB trend et le PIB effectif que la moyenne du PIB trend se rapproche de la moyenne du PIB effectif. Quelle pondération choisir pour situer le point entre ces deux extrémités ? Plus l'accrochage se fait à un point proche du PIB effectif, plus rapidement le PIB trend moyen se rapproche du PIB effectif moyen, au prix toutefois d'un PIB trend plus volatile. Si on accorde beaucoup d'importance à ce que le PIB trend ne soit pas trop volatile et qu'on est disposé à laisser du temps pour que le PIB trend moyen se rapproche du PIB effectif moyen (initialement ou après un choc), alors on choisira d'accrocher à un point beaucoup plus près du PIB potentiel que du PIB effectif.

Le fait que les données stylisées soient si simples facilite la compréhension des propriétés des méthodes. Illustrons ceci sur le sinus. Pourquoi les courbes vertes et jaunes divergent-elles ? Pour développer une intuition, considérons le cas où la moyenne du taux de croissance est prise sur une fenêtre temporelle dont la largeur est un multiple de la période du sinus. Dans ce cas, la valeur du sinus est la même aux deux extrémités de la fenêtre. Le taux de croissance moyen sur cette fenêtre n'est toutefois pas nécessairement nul. Une augmentation de 1 à 2 est en effet une augmentation de 100%, alors que le retour de 2 à 1 n'est qu'une baisse de 50%, la moyenne arithmétique des deux étant une augmentation de  $(100\% - 50\%) / 2 = 25\%$ . Continuons de considérer le cas où la largeur de la fenêtre temporelle est un multiple de la période du sinus pour comprendre pourquoi la courbe rouge oscille à un niveau si élevé. La moyenne géométrique des taux de croissance ne dépend que des valeurs de PIB aux extrémités de la fenêtre (les autres termes s'annulent). Si le sinus a les mêmes valeurs aux deux extrémités, alors la moyenne géométrique du taux de croissance est constamment nulle. Le PIB potentiel est alors une droite horizontale dont la hauteur est entièrement déterminée par le point d'accrochage initial. L'impact permanent de la condition initiale est alors particulièrement visible. Dans le cas présenté en Figure 8, la largeur de la fenêtre n'est pas exactement un

multiple de la période du sinus, c'est pourquoi la courbe rouge n'est pas une droite, mais oscille. Le point d'accrochage initial garde toutefois aussi un impact permanent.

Une autre façon de résoudre le problème de divergence des courbes vertes et jaunes consisterait à extrapoler la croissance annuelle moyenne passée plutôt que le taux de croissance annuel passé (le taux de croissance est la croissance annuelle divisée par le PIB initial). Voir quelques éléments dans ce sens dans l'Annexe I.

### 5.1.3 Hamilton sur un sinus de période 6 ans

Rappelons que l'idée de Hamilton est que le PIB estimé deux ans à l'avance ( $h=2$ ) est structurel, car il n'est pas possible de prédire la conjoncture si longtemps en avance. Pour effectuer cette estimation, le PIB en  $t+2$  est régressé sur le PIB au temps  $t$  et d'éventuels lags ( $p$  régresseurs en tout).<sup>13</sup> La Figure 8 montre que Hamilton donne un PIB trend exactement égal au PIB effectif quand celui-ci est un sinus (sauf lorsque  $p=1$ ). Le PIB trend est alors bien sûr aussi volatile que le PIB effectif. Ceci éclaire peut-être la haute volatilité du PIB trend calculé par Hamilton que l'on observait déjà sur la Figure 1. De plus, il est hautement problématique que ce qui est par excellence un cycle purement conjoncturel soit considéré par le filtre de Hamilton comme purement structurel. Hamilton ne donne pas toujours un PIB trend égal au PIB effectif : le sinus est un cas particulier (la parabole en est un autre).<sup>14</sup> Déjà dans le cas d'une somme de deux sinus de périodes différentes, le PIB trend n'est plus égal au PIB effectif (parce que les deux sinus conduisent à des coefficients de régression différents).

## 5.2 Données randomisées

Une difficulté des données historiques est que le PIB potentiel n'est pas observable. Il est donc difficile de juger quelle méthode calcule le PIB potentiel le plus proche du véritable PIB potentiel. On peut par contre construire des données artificielles de PIB effectif à partir d'un PIB potentiel donné en lui rajoutant des output gaps qui suivent une certaine loi (avec une certaine espérance, variance et autocorrélation). Ensuite on applique les différentes méthodes sur cette série de PIB effectif pour voir laquelle permet le mieux de retrouver le PIB potentiel qu'on avait utilisé pour construire ces données de PIB effectif (que nous nommons aussi « PIB potentiel véritable », puisque c'est le véritable PIB potentiel dans cet univers).

Pour que cet univers ressemble autant que possible au nôtre, nous choisissons un processus générateur aussi réaliste que possible. Comme PIB potentiel, nous prenons le PIB potentiel officiel du SECO qui est une moyenne pondérée de différentes méthodes.<sup>15</sup> Nous avons ensuite calculé la loi que suivent les coefficients  $k$ . Nous avons trouvé que ces coefficients suivent approximativement un AR(2).<sup>16</sup> Connaissant cette loi et le PIB potentiel, nous avons généré une série artificielle de PIB effectif. Les différentes méthodes sont ensuite appliquées sur ce PIB effectif pour calculer le PIB trend, avec bien sûr la question de savoir dans quelle mesure ce PIB trend calculé est proche du PIB potentiel véritable connu par construction. Nous

<sup>13</sup>  $PIB_{t+h} = b + a_0PIB_t + \dots + a_{p-1}PIB_{t+p-1}$

Cette régression est effectuée sur une fenêtre de 24 ans comme pour MHP (de  $t-23$  à  $t$ ).

<sup>14</sup> Pour  $f(x)=\sin(x)$  on obtient  $f(x+a)=A*f(x)+B*f(x-a)$  où  $A=2\cos(a)$  et  $B=-1$

Pour  $f(x)=x^2$  on obtient  $f(x+a)=A*f(x)+B*f(x-a)+C$  où  $A=2$ ,  $B=-1$  et  $C=2a^2$

Dans les deux cas, la valeur de la fonction dans le futur (en  $x+a$ ) peut être parfaitement prévue connaissant sa valeur courante (en  $x$ ) et une valeur passée ( $x-a$ ). Cette propriété n'est pas déterminée par le fait que le sinus se répète, puisqu'elle se vérifie aussi pour la parabole et généralement pas pour des fonctions périodiques plus complexes qu'un sinus. Il serait intéressant de caractériser l'ensemble des fonctions que le filtre de Hamilton reproduit exactement.

<sup>15</sup> Un tiers du poids est donné à chacune des trois catégories (univarié, multivarié et fonction de production).

Chaque variante a le même poids à l'intérieur d'une catégorie.

<sup>16</sup>  $OutputGap_t = a + b * OutputGap_{t-1} + c * OutputGap_{t-2} + \varepsilon_t$

avons ainsi produit 500 séries de PIB effectif artificiel générés par un processus aléatoire susceptible de générer le PIB effectif historique. Les données randomisées permettent donc non seulement d'étudier des cas où le PIB potentiel véritable est connu par construction, mais aussi de multiplier le nombre de cas.

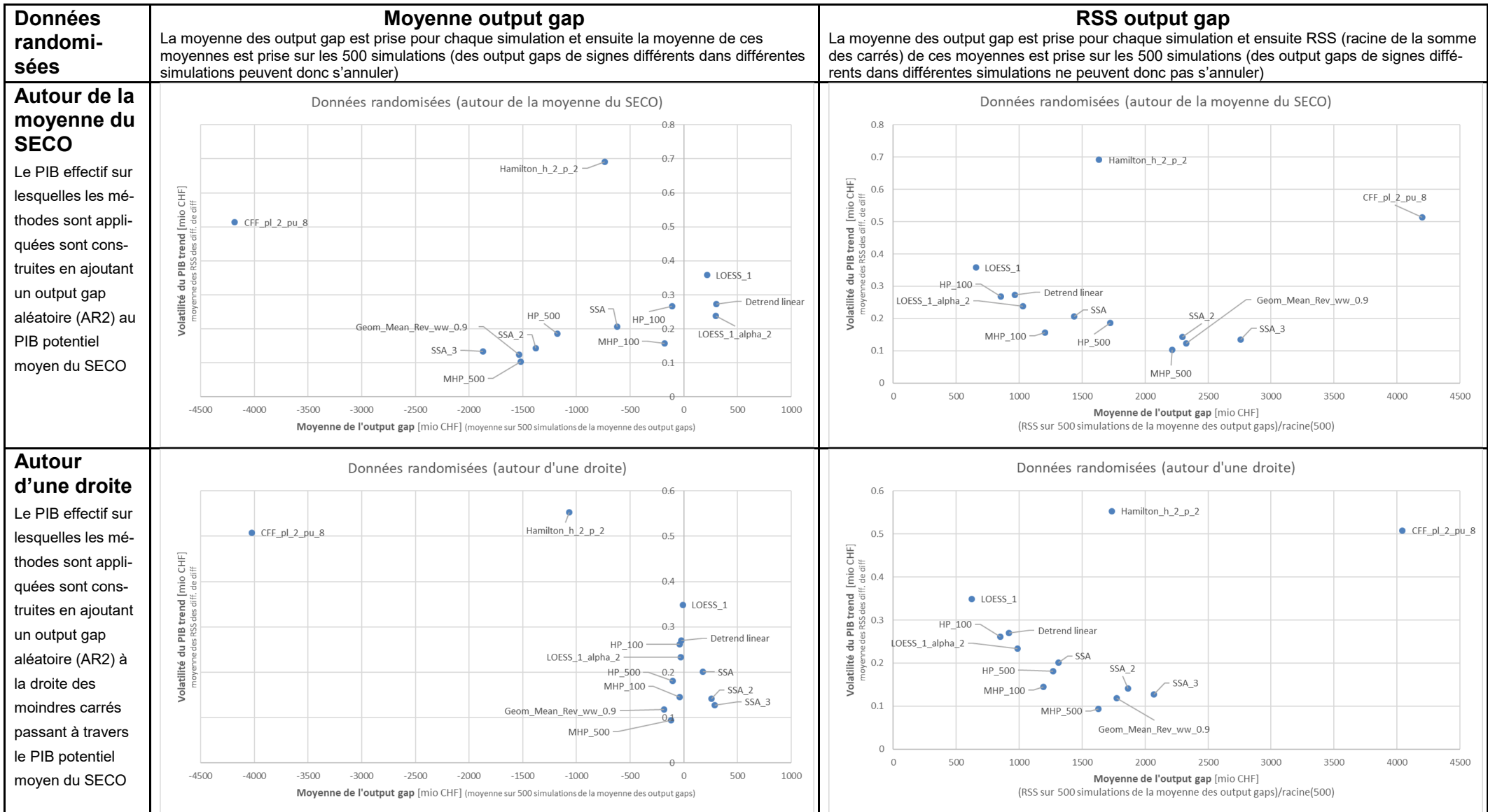
Ces 500 séries sont toutefois générées par le même processus. Les résultats ne sont pas nécessairement robustes face à une modification de ce processus. Une analyse de sensibilité permettrait d'évaluer la robustesse des résultats. Pour des questions de temps, nous nous limitons à étudier comme processus alternatif celui où le PIB potentiel véritable de départ est une droite (la droite des moindres carrés passant par le PIB potentiel officiel du SECO), les output gaps restant générés par le même AR(2).

Nous utilisons les données randomisées surtout pour examiner quelles méthodes parviennent le mieux à retrouver le véritable PIB potentiel (§5.2.2). Auparavant, nous profitons de ces 500 cas pour tracer un graphique similaire à la Figure 1 qui donne pour chaque méthode l'output gap moyen et la volatilité du PIB trend (§5.2.1). Au §5.2.3, nous utilisons les données randomisées pour tester l'hypothèse que les méthodes présentant la plus faible Randwert-Instabilität permettent aussi le mieux de retrouver le véritable PIB potentiel. Si tel était le cas, cela constituerait une justification importante du critère de Randwert-Instabilität, même si retrouver le véritable PIB potentiel reste moins important dans le contexte du frein à l'endettement que conduire à un PIB trend lisse.

### **5.2.1 Output gap moyen et volatilité du PIB trend**

La Figure 9 confirme les résultats obtenus avec les données historiques. MHP (100) est l'une des méthodes les plus proches de  $\langle 0 ; 0 \rangle$ , MHP (500) présente le PIB trend le moins volatile au prix d'un output gap moyen qui est plus élevé que MHP (100) dans une mesure qui diffère selon que les simulations sont basées sur le PIB potentiel moyen du SECO ou sur la droite des moindres carrés passant par ce potentiel moyen.

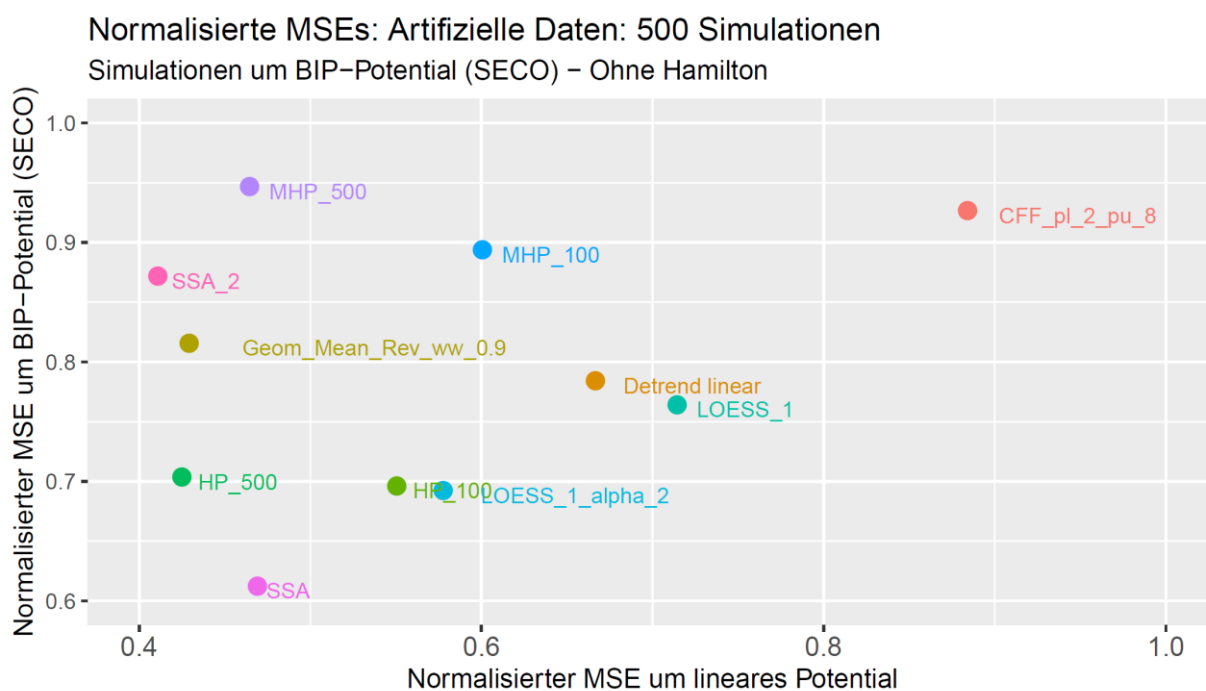
Figure 9 : Output gap moyen versus volatilité du PIB trend (données randomisées, méthodes univariées)



## 5.2.2 Capacité à retrouver le véritable potentiel

La Figure 10 montre quelle méthode permet le mieux de retrouver le véritable PIB potentiel (plus un point est proche de l'origine, meilleur il est). Die beiden Achsen zeigen den normalisierten MSE, d.h. das Verhältnis der Summe quadrierter Abweichung zwischen BIP-Trend und veritablem BIP-Potential zur Summe quadrierter Abweichung zwischen dem BIP (simuliert) und veritablem BIP-Potential. L'axe horizontal se réfère aux simulations autour d'une droite et l'axe vertical aux simulations autour de la moyenne du PIB trend du SECO.

**Figure 10 : Ecart entre le PIB trend calculé et le véritable PIB potentiel (moyenne)**



L'indicateur utilisé pour mesurer à quel point le PIB trend calculé est proche du PIB potentiel véritable doit être interprété ainsi : une valeur de 0.4 par exemple signifie que l'écart entre le PIB trend calculé et le PIB potentiel véritable représente 40% de l'écart entre le PIB effectif et le PIB véritable (c'est-à-dire du véritable output gap).<sup>17</sup> Le filtre de Hamilton a une valeur plus grande que 1 pour cet indicateur (tellement plus grande qu'il sort de cette figure), ce qui signifie que dire simplement que le PIB trend est égal au PIB effectif aurait constitué une meilleure estimation du PIB potentiel véritable que ne le fait le filtre de Hamilton. Même en oubliant le filtre de Hamilton, ce graphique montre que différentes méthodes peuvent avoir d'importantes différences de capacité à retrouver le véritable trend.

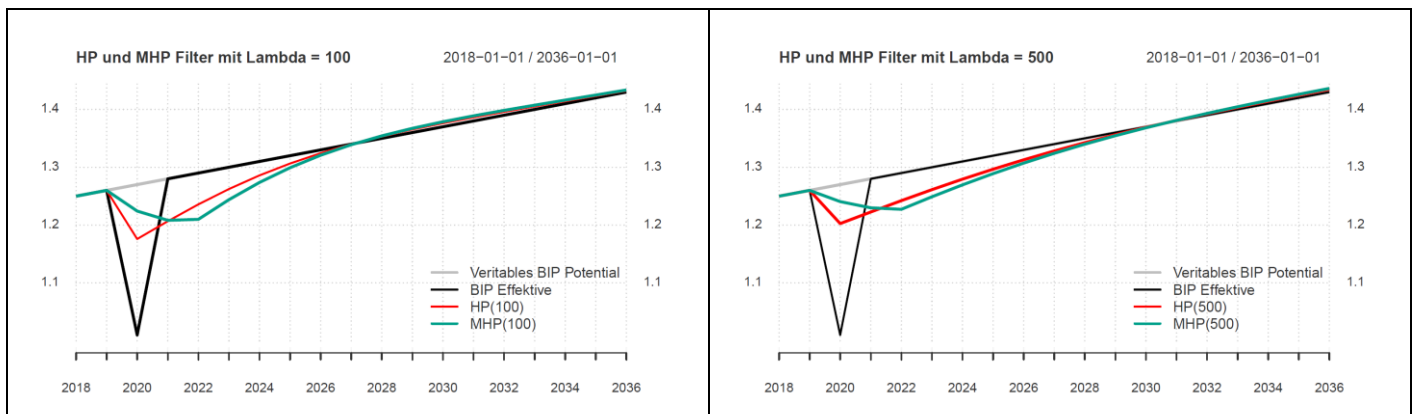
Le ranking (de la meilleure méthode à la moins bonne) n'est pas le même selon que les simulations sont faites autour du PIB potentiel moyen du SECO ou autour de la droite des moindres carrés passant au milieu de cette moyenne (le même ranking impliquerait en effet que les points forment une courbe croissante). Ce manque de robustesse limite la généralité des conclusions que l'on peut tirer sur la capacité à retrouver le véritable PIB potentiel. C'est toutefois en soi un résultat important, puisqu'il implique que la manière de retrouver au mieux le véritable PIB potentiel dépend fortement du processus aléatoire générant le PIB effectif (même quand AR(2) n'est pas modifié). Ceci rend difficile de trouver la meilleure méthode (sur ce critère) et signifie que cette meilleure méthode change quand ce processus aléatoire

<sup>17</sup> L'« écart » entre deux courbes est calculée en prenant l'écart entre les deux courbes à chaque date, mettant chacun de ces chiffres au carré et en en prenant la moyenne (MSE).

change.

Certains résultats sont toutefois robustes sur ces deux types de simulations. Ainsi, HP retrouve mieux le potentiel véritable que MHP dans les deux scénarios. L'explication peut être la suivante : Der angenommene AR(2) ist stationär, d.h. das BIP kehrt jeweils wieder zum BIP Potential zurück. Angenommen ein einziger negativer Schock entfernt das BIP vom veritablen BIP Potential, welches sogleich wieder zu diesem zurückkehrt. Figure 11 zeigt die Anwendung der beiden Filter auf dieses Szenario (das veritable BIP Potential ist somit eine gerade Linie ohne Schock, das effektive BIP ist schwarz eingezeichnet und die Filter liegen darüber). Die Abbildung veranschaulicht, dass der MHP-Filter dem Schock im Jahr 2020 weniger Gewicht beimisst (aufgrund seines tiefen Endpoint-Bias) als der HP-Filter. Jedoch braucht der MHP-Filter länger, bis er wieder zum langfristigen Trend zurückkehrt. Des Weiteren sind die Kurven des MHP-Filters etwas glatter als die des HP-Filters, die Volatilität (RSS der Differenz der Differenz) des MHP-Filters ist niedriger als jene des HP-Filters. Beide Filter ergeben einen durchschnittlichen Output Gap von Null. Wenn nun in den dem Schock folgenden Jahren ein weiterer Schock anfällt, ist der HP-Filter bereits wieder näher am langfristigen Trend, während der MHP-Filter aufgrund seiner Trägheit sich weiter und länger vom langfristigen Trend entfernt aufhält.

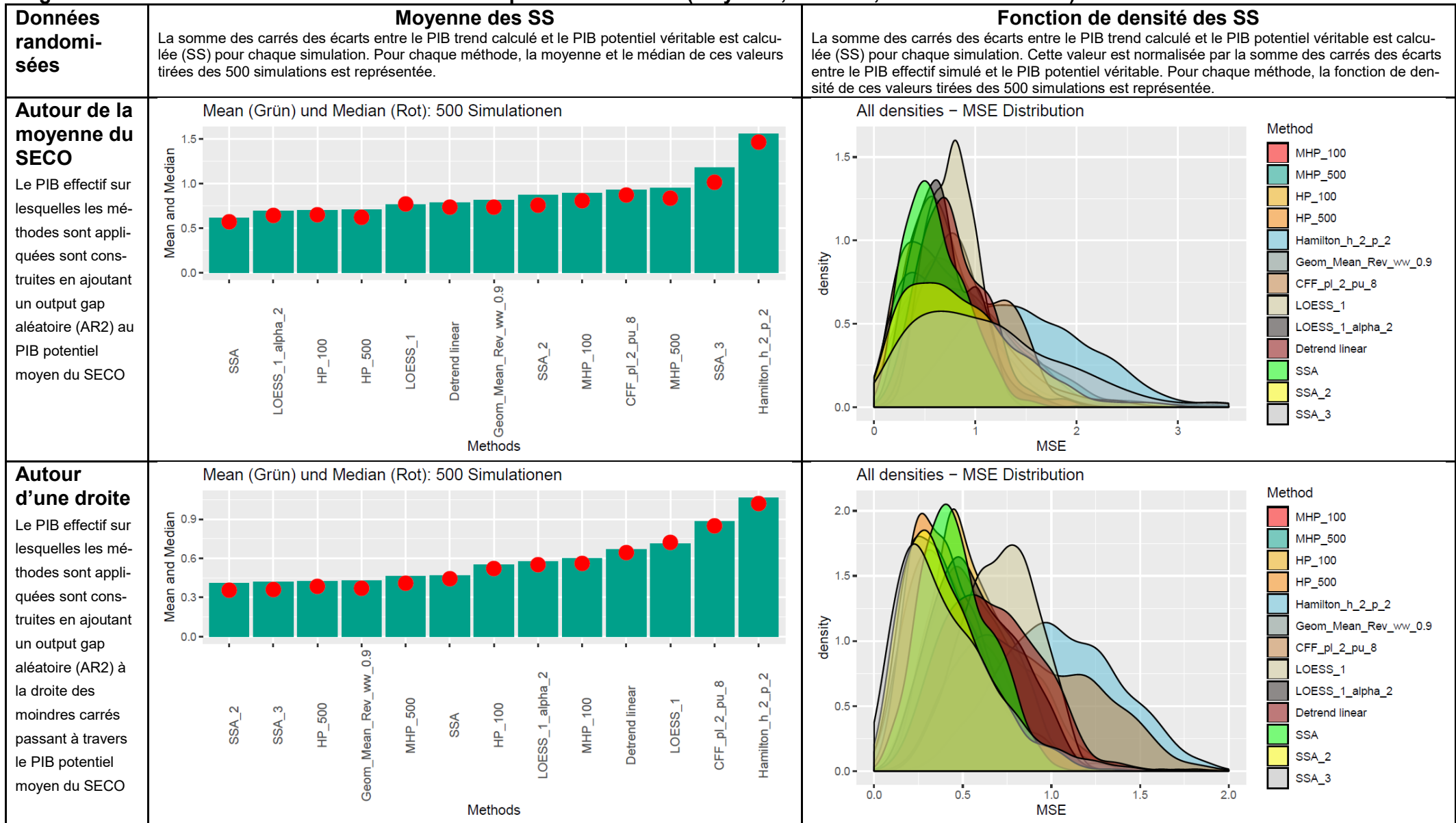
**Figure 11 : Illustration sur des données stylisées**



En plus de la moyenne (indiquée dans la Figure 10), la Figure 12 donne des informations sur le médian et la fonction de densité de cet indicateur. Le ranking du médian peut légèrement différer de celui de la moyenne. Ceci reflète les différences de forme des fonctions de densité. Par ailleurs, les fonctions de densité se chevauchent largement, sauf les moins bonnes.



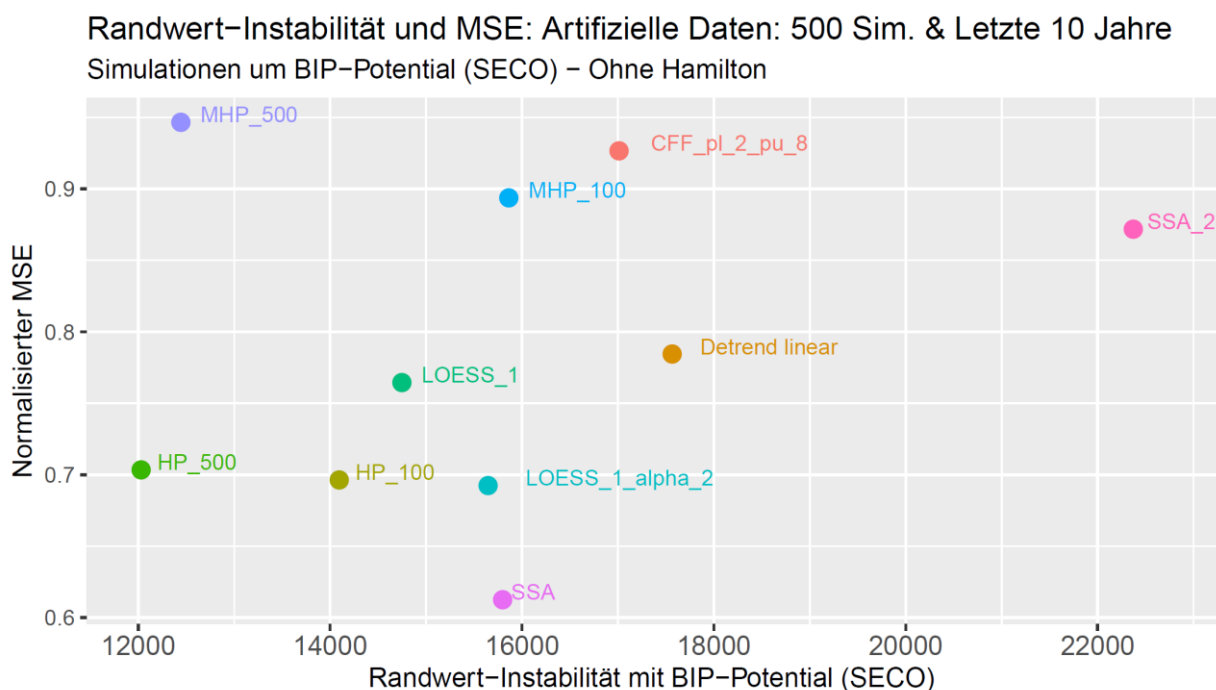
**Figure 12: Ecart entre le PIB trend calculé et le PIB potentiel véritable (moyenne, médiane, fonction de densité) - Normalisé**



### 5.2.3 Lien entre Randwert-Instabilität et capacité à retrouver le véritable potentiel

Rappelons qu'on parle de « Randwert-Instabilität » quand la perception de la situation conjoncturelle en une année donnée paraît sous un autre jour quelques années plus tard (on juge par exemple différemment la conjoncture de 2015 en 2020 qu'on l'avait jugée en 2015). La pertinence du critère de Randwert-Instabilität n'est pas évidente (voir §6.3). Elle serait accrue si la Randwert-Instabilität constituait un proxy pour un autre critère manifestement important, mais qu'on ne peut pas évaluer. On pourrait notamment imaginer que le Randwert-Instabilität soit corrélé avec la capacité à trouver le véritable PIB potentiel. Si tel était le cas, on pourrait utiliser la Randwert-Instabilität comme proxy pour la capacité à retrouver le véritable PIB potentiel qui est inobservable dans la réalité. Sur les données randomisées, nous pouvons étudier si un tel lien existe. La Figure 13 ne montre toutefois pas un tel lien.

**Figure 13 : Lien entre Randwert-Instabilität et capacité à retrouver le véritable PIB potentiel**



*Hamilton est hors graphique (il est verticalement beaucoup plus haut)*

HP accorde davantage de poids à la dernière valeur du PIB potentiel que MHP. C'est pourquoi HP a un plus grand end-point bias et qu'il a été remplacé par MHP pour le calcul du coefficient  $k$ . Mais dans la mesure où les PIB sont auto-corrélés, la surpondération du dernier PIB peut se justifier si on considère que ce dernier PIB joue aussi un rôle de représentant pour les PIB qui suivront (et qui lui seront corrélés).<sup>18</sup> Le dernier PIB jouant un rôle de représentant des suivants, il n'est pas étonnant que la Randwert-Instabilität de HP soit plus faible que celle de MHP dans les circonstances réalistes où les PIB sont auto-corrélés. Bien que le Randwert-Instabilität et la capacité à retrouver le véritable PIB potentiel ne soient pas corrélés (lorsqu'on considère toutes les méthodes de la Figure 13), HP est aussi nettement meilleur que MHP sur ce second critère. Ce point a été souligné par Peter Stalder qui a étudié de façon approfondie la Randwert-Instabilität.

<sup>18</sup> Nous devons cette remarque à une communication de Peter Stalder dans le cadre de son feed-back sur une version antérieure du présent papier. Stalder a mentionné ce point pour expliquer pourquoi HP a moins de Randwert-Instabilität que MHP.

#### **5.2.4 Limites des conclusions tirées des données randomisées**

Toutes les conclusions de ce §5.2 tirées des données randomisées doivent être considérées avec prudence. Elles ne sont valides que dans la mesure où le processus générateur des PIB effectifs est correct. Construire ce processus sur le PIB potentiel moyen du SECO ou la droite des moindres carrés passant à travers cette moyenne suffit déjà à modifier certains résultats, alors que les output gaps sont générés de la même manière. Une analyse de sensibilité plus large mériterait d'être menée pour mieux comprendre comment les résultats dépendent des caractéristiques du processus générateur.

Malgré ses limites, les données randomisées sont utiles. La question de la robustesse des résultats se pose en effet aussi avec les données historiques, d'une façon qui est plus difficile à cerner.

## 6 End-point bias et Randwert-Instabilität

Nous abordons ici deux critères souvent évoqués : réduire i) le end-point-bias et ii) la Randwert-Instabilität. Nous montrons que réduire le end-point bias est corrélé avec réduire la volatilité du PIB trend. Nous n'avons pas trouvé une justification similaire pour le critère de Randwert-Instabilität.

	<b>These – Analyse – Implikation</b>
<b>Endpoint-Bias</b>	<p><i>These:</i> Tiefer Endpoint-Bias korreliert mit einer tiefen Volatilität des rekursiven BIP Trend.</p> <p><i>Analyse:</i> Eine starke positive Korrelation zwischen Endpoint-Bias und Volatilität des rekursiven BIP Trend wird gefunden.</p> <p><i>Implikation:</i> Le End-point bias est un indicateur qui se justifie par sa relation avec la volatilité du PIB trend.</p>
<b>Randwert-Instabilität</b>	<p><i>These:</i> Tiefe Randwert-Instabilität korreliert mit dem Auffinden des «véritable PIB potentiel».</p> <p><i>Analyse:</i> These kann nur mit randomisierten Daten beantwortet werden, da wir nur in dieser Umgebung den «véritable PIB potentiel» kennen. Die These kann jedoch auch in dieser Umgebung nicht robust bestätigt werden.</p> <p><i>Implikation:</i> Wir haben keine robuste Evidenz dafür, dass die Randwert-Instabilität als Mass für das Auffinden des «véritable PIB potentiel» gelten kann.</p>

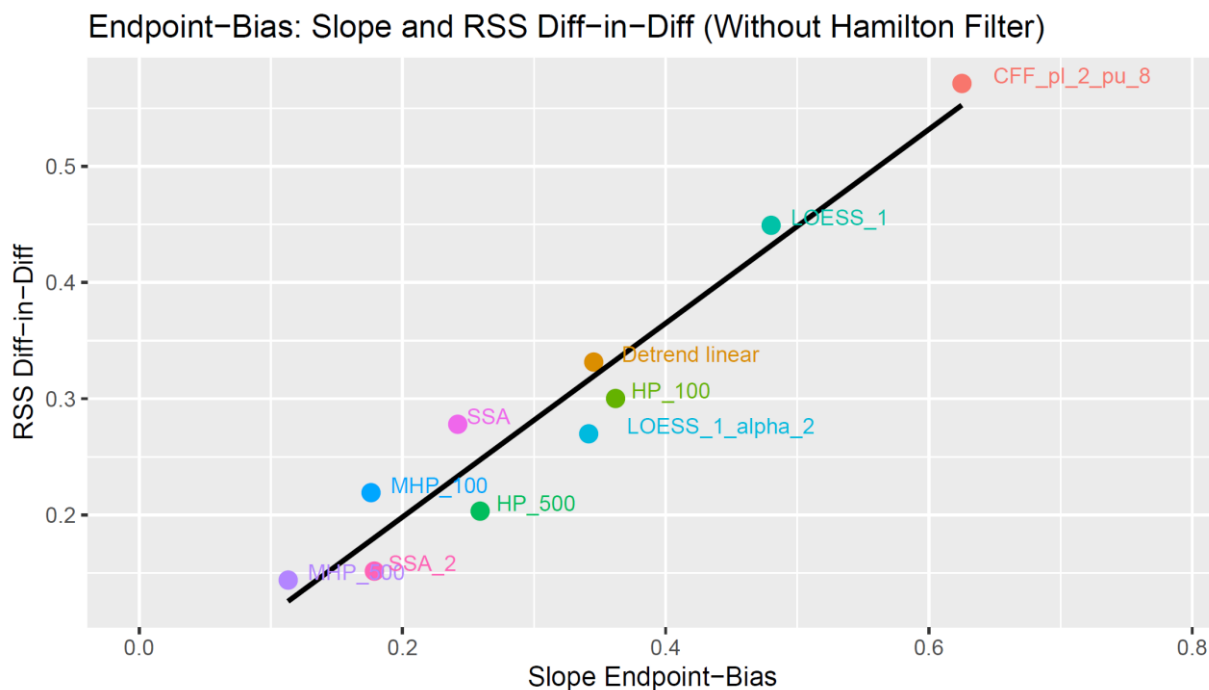
### 6.1 Lien entre End-point bias et volatilité du PIB trend

En 2004, le fait que la dernière donnée de PIB a trop d'impact sur la dernière valeur du PIB trend quand celui-ci est calculé avec HP a été considéré comme une raison de passer à MHP. Cette sensibilité excessive au dernier point (ou aux quelques derniers points) est connue dans la littérature sous le nom de « end-point bias ».

Comme indicateur du end-point bias, nous prenons « slope » calculé de la façon suivante. Nous modifions le dernier point de PIB effectif et observons la modification du dernier point de PIB potentiel que cela entraîne.  $Slope = \frac{Variation\ du\ PIB\ trend}{Variation\ du\ PIB\ effectif}$ . En général, la variation du PIB trend n'est pas nécessairement proportionnelle à la variation du PIB effectif. Mais pour les filtres univariés que nous étudions, nous avons trouvé une proportionnalité (probablement que tous ces filtres sont linéaires). Slope est donc une constante caractéristique de chaque méthode qui résume en un chiffre la mesure dans laquelle une modification du PIB effectif de la dernière année modifie le PIB potentiel de cette dernière année: plus ce chiffre est élevé, plus le end-point bias est fort.

La Figure 14 montre qu'il y a un lien entre un fort end-point bias et un PIB trend volatile. Der `Geom_Mean_Rev_ww_0.9` ist im strikten Sinne kein Filter und basiert ausschliesslich auf einer rekursiven Berechnung. Dabei stützt er sich im Jahr  $t$  auf die BIP- und BIP-Trend-Werte aus dem Jahr  $t-1$  und multipliziert diese mit dem geometrischen Mittel der Wachstumsraten plus 1 der letzten 10 Jahre. Damit ist sein Trend im Jahr  $t$  unabhängig von Variationen im BIP dieses Jahres und deswegen ist sein Endpoint-Bias = 0.

**Figure 14 : Lien entre End-point bias et volatilité du PIB trend : données historiques**



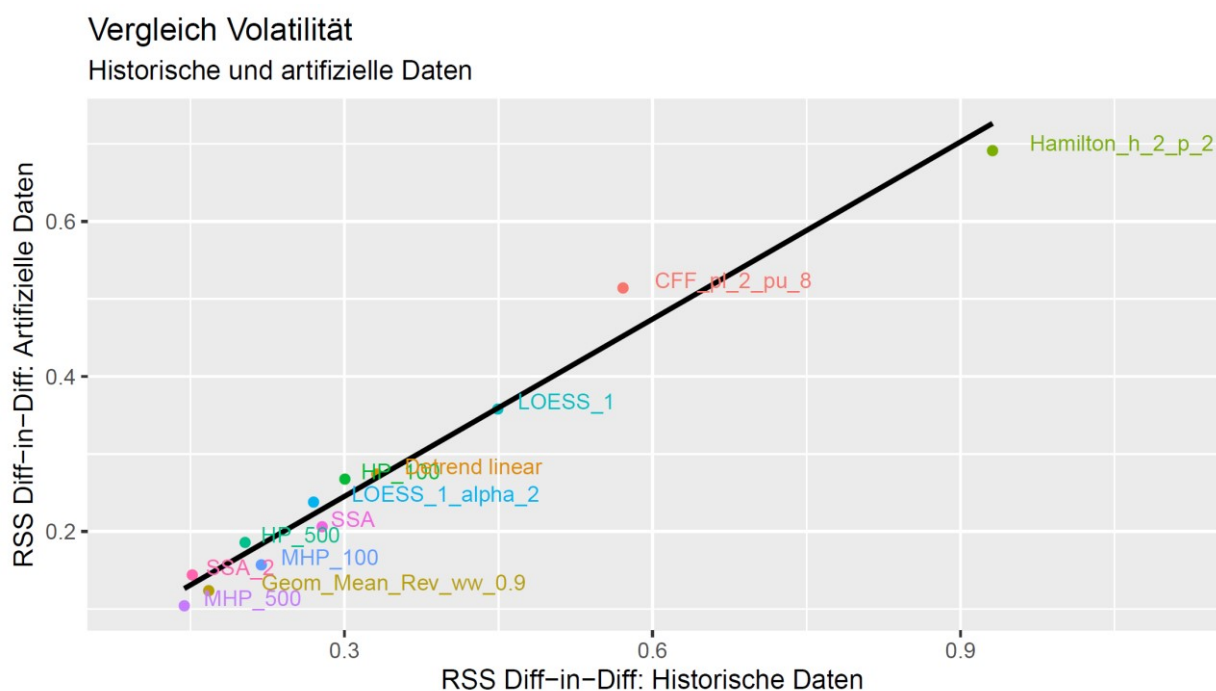
*Le filtre de Hamilton est hors du graphique (trop haut). Il est également éliminé du calcul de la droite de régression*

*L'interpolation géométrique n'est pas dans la figure, le concept de end-point bias a peu de sens dans son cas.*

*La volatilité du PIB trend indiquée en axe verticale est obtenue avec les données historiques*

*Ce lien subsiste lorsque l'on utilise la volatilité du PIB potentiel selon les données randomisées plutôt qu'historiques. Ces deux volatilités sont en effet fortement corrélées (Figure 15).*

**Figure 15 : Vergleich Volatilität: Historisch und Random**



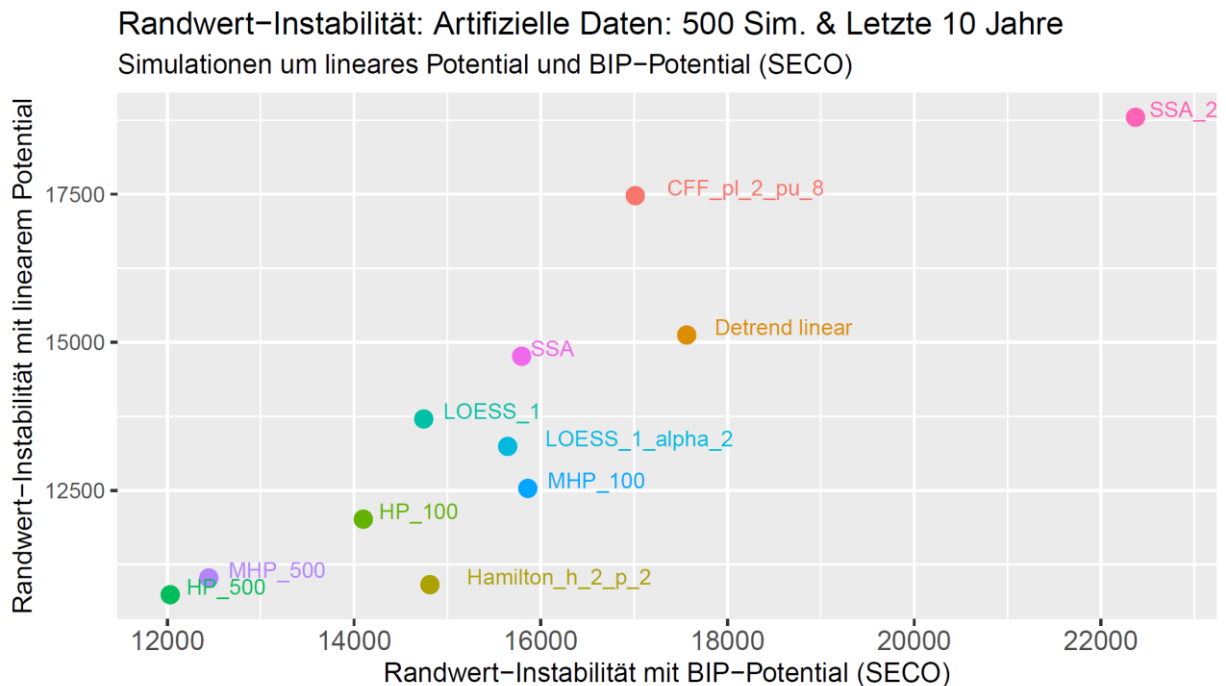
Cette droite est proche de la diagonale, ce qui signifie que la volatilité du PIB trend avec les données randomisées est globalement très similaire à celle avec les données historiques.

## 6.2 Randwert-Instabilität

Comme indiqué au §6.3, la pertinence du critère de Randwert-Instabilität n'est pas évidente. Notre tentative de lui trouver un fondement plus solide a échoué (alors que nous avons pu lier le end-point bias à la volatilité du PIB trend). Nous étudions quand même ce critère utilisé dans la littérature. Nous montrons que les trois versions que nous avons calculées de cet indicateur sont corrélées : i) sur données historiques, ii) sur données randomisées autour de la moyenne du SECO, iii) sur données randomisées autour d'une droite. Cet indicateur change par contre lorsque l'on modifie la taille de la fenêtre sur laquelle le PIB potentiel ex-post est comparé au PIB potentiel récursif. Le résultat que MHP a une plus grande Randwert-Instabilität que HP reste par contre vrai dans tous les cas étudiés ci-dessous, confirmant ainsi des résultats obtenus par Peter Stalder.

La Figure 16 montre que le ranking sur les données randomisées est robuste quand on passe du scénario basé sur le PIB potentiel moyen du SECO à sa droite des moindres carrés. La Randwert-Instabilität de HP par exemple est systématiquement plus faible que celle de MHP, alors que celle de Detrend est systématiquement plus élevée.

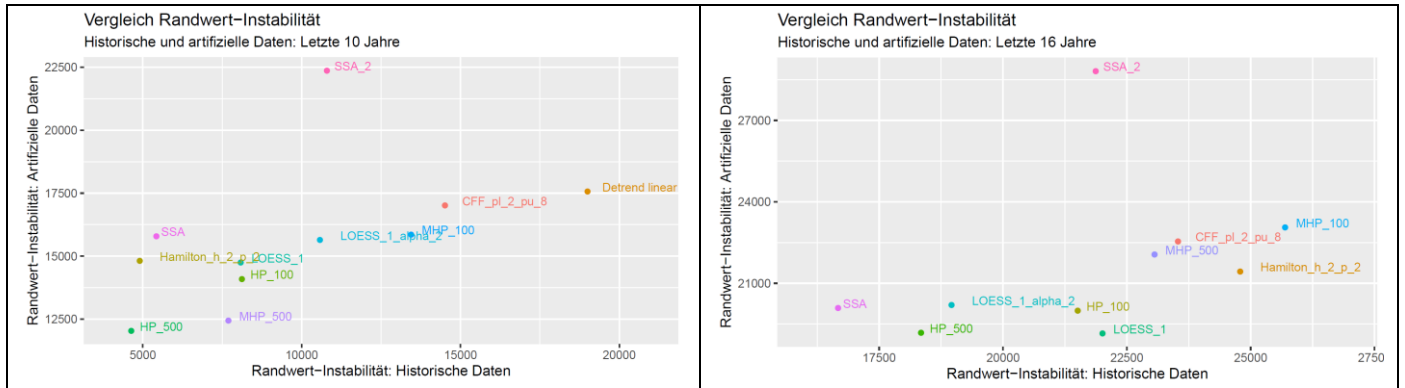
**Figure 16 : Randwert-Instabilität sur les données randomisées**



L'indicateur est calculé en mesurant la différence entre le PIB potentiel calculé ex-post (en 2020) et récursivement (somme des carrés des différences). Comme Detrend a une fenêtre temporelle de 10 ans, cette différence ne peut être calculée que sur 10 ans pour cette méthode. Pour assurer la comparabilité, cette différence est donc calculée sur 10 ans pour toutes les méthodes. La moyenne géométrique n'est pas indiquée sur ce graphique, car cette méthode est intrinsèquement récursive (contrairement à HP ou MHP par exemple qui est à la base un filtre ex-post, mais utilisé récursivement).

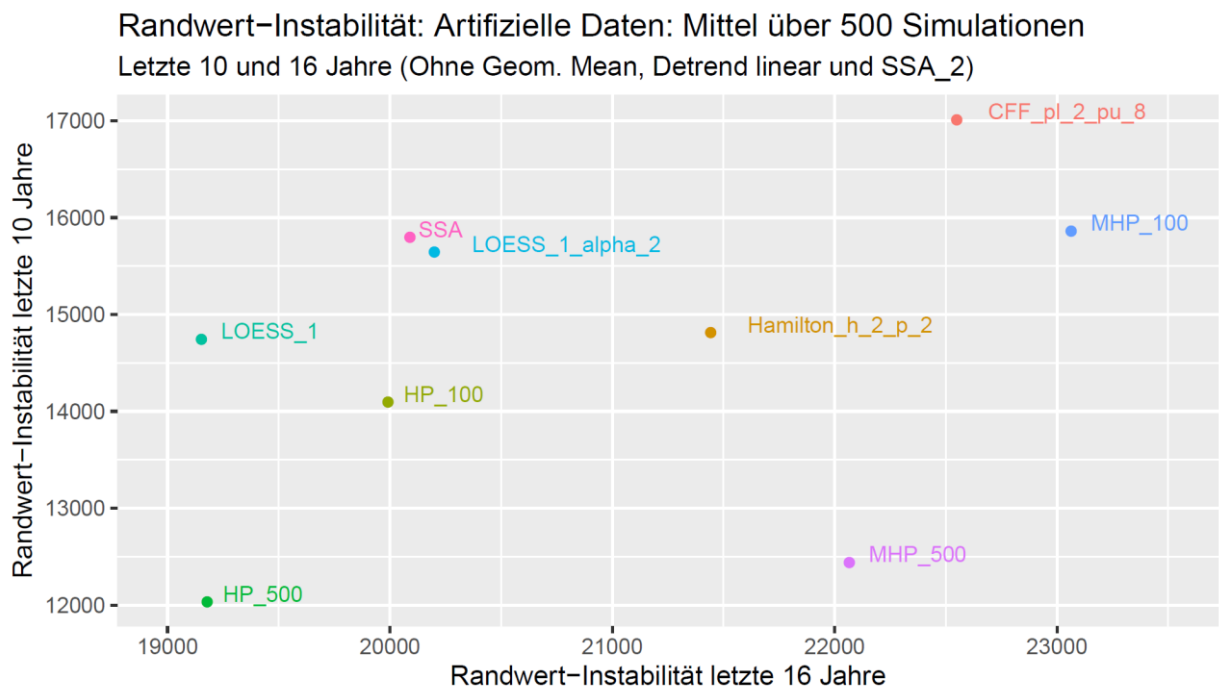
La figure suivante montre qu'il y a aussi corrélation entre l'indicateur de Randwert-Instabilität sur les données historiques et les données randomisées pour deux fenêtres différentes sur lesquelles le PIB potentiel ex-post est comparé au PIB potentiel récuratif : à gauche la fenêtre est 10 ans, à droite la fenêtre est 16 ans.

**Figure 17 : Vergleich Randwert-Instabilität: Historisch und Random**



Les valeurs de l'indicateur Randwert-Instabilität dépendent toutefois de la taille de la fenêtre. La figure suivante compare cet indicateur pour les deux types de fenêtres sur les données randomisées. La corrélation est plutôt mauvaise. HP (500) score particulièrement bien sur les deux axes et MHP (100) encore particulièrement mal. On obtiendrait un résultat similaire sur les données historiques.

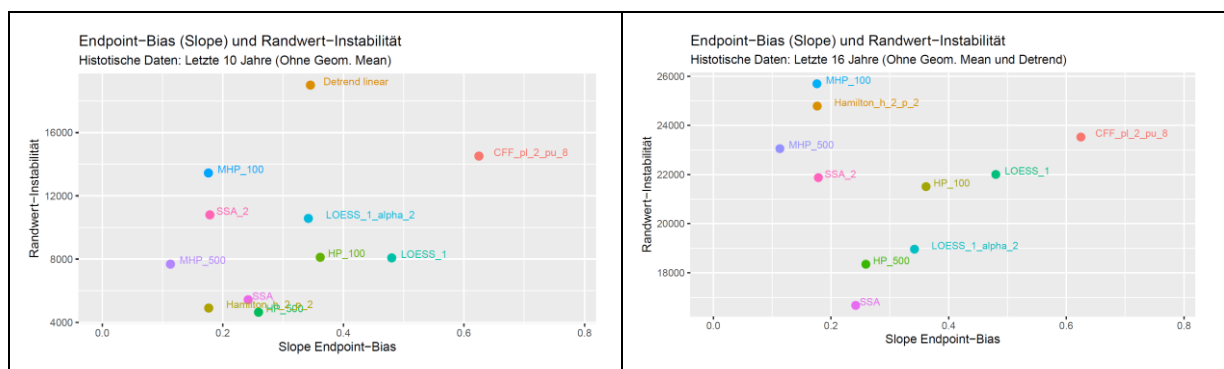
**Figure 18 : Randwert-Instabilität sur les données randomisées (différentes fenêtres)**



### 6.3 Lien entre Randwert-Instabilität, end-point bias et récursivité

HP est meilleur que MHP pour la Randwert-Instabilität, mais est moins bon pour le end-point bias. Le score sur un critère est-il de façon plus générale anti-corrélé avec celui sur l'autre critère ? La figure suivante montre que tel n'est pas le cas (montrant la relation pour les deux fenêtres sur lesquelles le PIB potentiel ex-post est comparé au PIB potentiel récursif).

Figure 19 : End-point bias et Randwert-Instabilität



Die Bestimmung des Ausgabenplafonds jedes Jahr ist inhärent rekursiv. Die Eigenschaft der Rekursivität und die Tatsache, dass ausschliesslich der aktuelle Rand für die Bestimmung des Ausgabenplafonds benötigt wird, führt dazu, dass dem letzten Wert des Trends besondere Bedeutung beigemessen werden muss. Deswegen ist die Analyse, von welchen Reihenwerten der letzte Trendwert beeinflusst wird, extrem wichtig. Der Endpoint-bias ermöglicht eine solche Analyse. Ein hoher Endpoint-bias bedeutet, dass der letzte Trendwert stark vom *letzten* Reihenwert beeinflusst wird; ein tiefer Endpoint-bias, dass der letzte Trendwert stark von *vergangenen* Reihenwerten beeinflusst wird. Die Bezeichnung «Endpoint-bias» beschreibt diese Verschiebung (Bias) der Gewichtung hin zum letzten Wert (Endpoint). Il n'est toutefois pas clair quel impact le dernier point de PIB effectif devrait idéalement avoir sur son PIB trend. Cet effet ne devrait pas être nul, car il est normal qu'un changement des données modifie le trend. Mais on sait que le filtre HP conduit par construction à un impact trop important (parce que les coudes du PIB trend en fin de période ne pénalisent pas la fonction de coût de HP autant qu'un coude éloigné des extrémités de la fenêtre). A part les considérations pratiques lors du calcul de PIB potentiel du budget, l'importance du critère du end-point bias résulte surtout de sa corrélation avec la volatilité du PIB trend (§6.1).

Die Randwert-Instabilität gibt an, wie stark die vergangenen jeweiligen letzten Trendwerte korrigiert werden müssen um auf den Trendwert zu gelangen, der durch die Anwendung derselben Methode zu einem späteren Zeitpunkt eruiert wird. Eine tiefe Randwert-Instabilität bedeutet, dass die Einschätzung am aktuellen Rand bereits relativ nahe an die Einschätzung zu einem späteren Zeitpunkt herankommt. Unter der Annahme, dass die spätere Einschätzung des Trends nah am veritablen Potential liegt, ist eine tiefe Randwert-Instabilität wünschenswert. Da das veritable Potential jedoch nicht beobachtbar ist, kann diese Annahme nur anhand artifizierlicher Daten überprüft werden. Dies wird in Kapitel 5.2.2 und 5.2.3 vorgenommen, dabei wird keine robuste Relation zwischen tiefer Randwert-Instabilität und dem Auffinden des veritablen Potentials (d.h. für diese Annahme) gefunden.

On peut construire des méthodes qui sont parfaites sur le critère de Randwert-Instabilität, tout en étant très mauvaises. Ainsi une méthode qui fixe le PIB trend à 700 milliards CHF quelle que soit la situation aura une Randwert-Instabilität nulle. Example à peine moins farfelu : une méthode qui fixerait un PIB trend toujours égal au PIB effectif serait très bonne sur le critère Randwert-Instabilität puisqu'en l'absence de révisions des PIB effectifs passés elle serait même parfaite. La raison pour laquelle cette basse Randwert-Instabilität n'est pas un argument plaidant pour cette méthode est que l'hypothèse que son application ex-post donne une bonne estimation du véritable trend est manifestement irréaliste.

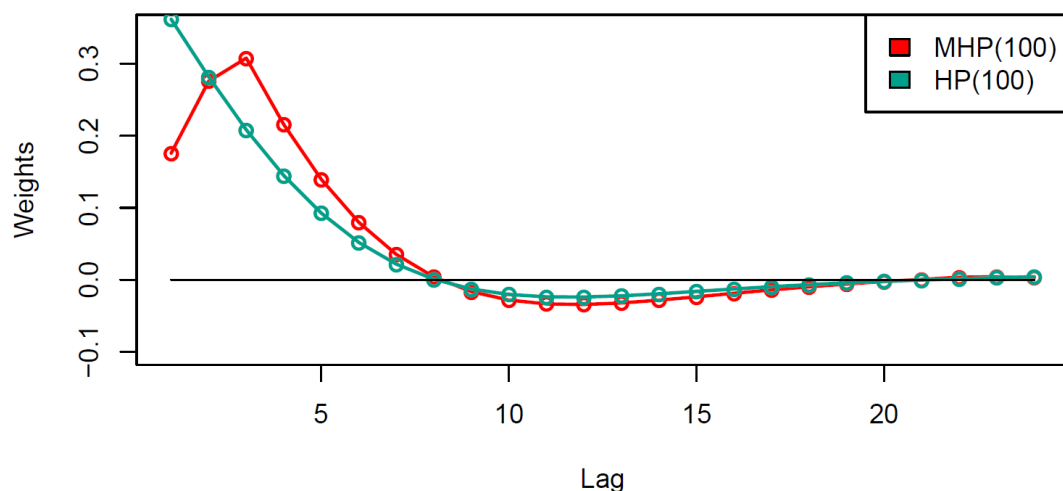


Il est légitime que le PIB trend en une année donnée change quand de nouvelles informations sur l'évolution postérieure à cette année sont disponibles (pour juger par exemple dans quelle mesure une crise est transitoire ou persistante). Si la connaissance de données ultérieures du PIB effectif ne conduit qu'à une révision particulièrement faible du PIB trend, cela peut être dû à une bonne utilisation des données disponibles qui a permis une bonne anticipation de ces nouvelles données (donc peu de surprises). Mais cela peut aussi être dû à des défauts du mode de calcul du PIB trend (comme dans les exemples ci-dessus).

Ce problème subsiste dans des cas moins caricaturaux où deux méthodes sont comparées. L'une a une plus basse Randwert-Instabilität que l'autre. Est-ce un argument en sa faveur ? Il est impossible de conclure tant que l'on ne sait pas si son PIB trend calculé ex-post est meilleur que celui de l'alternative. Comme il s'agit de trouver la méthode donnant le meilleur trend en application récursive, supposer que l'une d'elle donne un meilleur trend ex-post revient quasiment à préjuger la réponse. Fait exception le cas où les deux alternatives conduisent ex-post à des trends quasiment identiques (sauf en fin de période) comme cela est le cas entre HP et MHP. La qualité de l'estimation ex-post du trend est donc similaire pour les deux filtres. La moindre Randwert-Instabilität de HP est alors un argument en sa faveur qu'il faut toutefois mettre en balance avec les scores sur d'autres critères (par exemple la volatilité du PIB trend) dont l'importance relative dépend de la raison pour laquelle le trend est calculé.

Wie Figure 19 zeigt, sind Endpoint-bias und Randwert-Instabilität nicht korreliert. Eine Ausnahme bilden die HP- und MHP-Filter, bei denen der erste über eine tiefe Randwert-Instabilität verfügt, der zweite über einen tiefen Endpoint-bias. In der Anwendung von HP- und MHP-Filter sind also die beiden Masse gut vergleichbar, da die beiden Filter auf der gleichen Methodik basieren und sich vor allem in der Gewichtung der letzten Reihenwerte für die Berechnung der letzten Trendwerte unterscheiden. Der MHP-Filter wurde explizit entwickelt um das Gewicht des letzten Reihenwertes auf den letzten Trendwert zu reduzieren (tiefer Endpoint-bias). Damit wird der Einfluss eines Ereignisses am aktuellen Rand (bspw. BIP-Einbruch) reduziert. Die Wegnahme der Gewichtung vom letzten Reihenwert bedeutet jedoch die Zunahme der Gewichtung anderer Reihenwerte für die Berechnung des letzten Trendwerts (in der Summe muss die Gewichtung immer jeweils 1 ergeben). Dies erhöht die Trägheit des rekursiven Trends, da ein Ereignis (BIP-Einbruch) nach der verminderten Gewichtung am aktuellen Rand dann in den folgenden Jahren länger höher gewichtet wird. In Figure 19bis ist dies daran zu erkennen, dass die Gewichte des MHP-Filters zuerst unter jenen des HP-Filters liegen und danach darüber. Bei einem Ereignis (BIP-Einbruch) folgt der rekursive MHP-Trend am aktuellen Rand diesem weniger stark als der rekursive HP-Trend. Wenn das Ereignis jedoch zwei Lags (zwei Jahre) zurückliegt, wird der letzte Wert des MHP-Trends am aktuellen Rand stärker von diesem vergangenen Ereignis beeinflusst als der rekursive HP-Trend. Dies ist die erwähnte Trägheit. Sie bewirkt, dass das rekursiv gerechnete BIP-Trend mit dem MHP-Filter eine tiefere Volatilität aufweist als der HP-Filter. Figure 14 zeigt, dass diese intuitive Relation zwischen Endpoint-bias, Trägheit und Volatilität des rekursiven BIP-Trends über alle univariaten Filter äusserst robust ist.

Figure 19bis : Pondérations des filtres HP et MHP



Die Trägheit des rekursiven BIP-Trends beim MHP-Filter bewirkt, dass sich die Trendwerte nach einem Ereignis weniger schnell zurückorientieren. Anders gesagt, der rekursive BIP-Trend des HP-Filters entfernt sich schneller weg, jedoch auch schneller wieder zurück, ist also weniger träge und hat deshalb eine höhere Volatilität im rekursiven Trend als der rekursive Trend des MHP-Filters. Gleichzeitig bewirkt die schnelle Rück- oder Neuorientierung auch, dass der rekursive Trend des HP-Filters eine tiefere Randwert-Instabilität aufweist als der MHP-Filter. Dies hat zwei Gründe: (i) Eine tiefe Trägheit bewirkt neben einer höheren Volatilität im rekursiven Trend auch, dass sich dieser Trend weniger weit von den Reihenwerten entfernt. (ii) Der Reihenwert am aktuellen Rand birgt Information über die zu folgenden zukünftigen Reihenwerte, wenn die Reihenwerte seriell korreliert sind.<sup>19</sup> In Kapitel 5.2.2 werden Endpoint-bias und Randwert-Instabilität anhand einer stilisierten BIP-Reihe erklärt (Figure 11).

Eine stetige Finanzpolitik ist auf eine tiefe Volatilität des rekursiven BIP-Trends angewiesen und damit auf einen tiefen Endpoint-bias. Für die Konjunkturforschung ist jedoch eine tiefe Volatilität des rekursiven BIP-Trends irrelevant, dafür kann die Randwert-Instabilität eine gewichtigere Rolle spielen.

<sup>19</sup> Wir danken Peter Stalder, der uns auf diesen Punkt (ii) aufmerksam gemacht hat.

## 7 Autres critères

Après avoir discuté ci-dessus les critères quantitatifs, nous en abordons des plus qualitatifs.

### 7.1 Praticabilité, transparence et faible manipulabilité

La *praticabilité* est liée à la disponibilité des données au moment où les calculs doivent être effectués, la maîtrise des outils de calcul, les ressources et le temps nécessaire pour effectuer les calculs (à quatre yeux pour éviter les erreurs). Si une méthode est praticable ou pas peut toutefois dépendre des ressources disponibles pour effectuer les calculs.

La *transparence* est liée à la possibilité pour une personne externe à l'administration fédérale de reproduire les calculs à partir de données de base. Tout changement de méthode (ne serait-ce qu'une modification de paramètre) peut alors être repérée par des externes même s'il n'était pas communiqué officiellement. Ceci rend particulièrement crédible l'absence de *manipulation* visant à obtenir un chiffre donné désiré pour des raisons politiques. Ceci est important, parce que le calcul doit aussi peu que possible prêter flanc aux soupçons de manipulation. La question de la manipulabilité pourrait certes être gérée en créant un Fiscal Council. Il est toutefois préférable d'utiliser une méthode intrinsèquement aussi peu manipulable que possible, que de compter sur la crédibilité d'un Fiscal Council.

Nous traitons ici simultanément les critères « praticabilité » et « transparence et faible manipulabilité », car ils dépendent dans une large mesure des mêmes caractéristiques des méthodes, par exemple le nombre de paramètres du modèle et de séries de données. Sur ces critères, nous estimons que le ranking des méthodes est le suivant (de la moins problématique à la plus problématique):

$$\text{Univarié} > \left\{ \begin{array}{l} \text{Multivarié} \\ \text{PF MHP} \end{array} \right. > \text{PF simple} > \left\{ \begin{array}{l} \text{EK} \\ \text{Classique} \end{array} \right.$$

Globalement, la praticabilité, ainsi que la transparence et la faible manipulabilité plaident pour utiliser une méthode aussi simple que possible. La manière dont ces critères touchent les différentes méthodes est décrite plus en détail ci-dessous.

#### Univarié

La simplicité des filtres univariés les rend à la fois très praticables, transparents et peu susceptibles d'être manipulés. Un filtre univarié est spécifié par le choix de l'appliquer sur le  $\ln(\text{PIB})$  versus PIB, la fenêtre temporelle sur laquelle il est appliqué, et un ou quelques paramètres (par exemple le coefficient  $\lambda$  de MHP). Il y a certes une marge de manœuvre lors de l'introduction de la méthode lorsque l'on fixe ces modalités. Mais une fois fixées, ces modalités ne sont plus modifiées et ne peuvent donc plus être manipulées. Comme données, le filtre utilise uniquement une série de PIB réel. C'est l'une des séries les plus importantes pour décrire l'évolution économique d'un pays et est publiée officiellement. La seule marge de manœuvre pour l'administration fédérale concerne les prévisions de PIB. Elle est réduite au maximum en calculant le coefficient  $k$  récursivement aussi pour le budget et le plan financier (en utilisant donc pour le calcul du coefficient  $k$  de chaque année une série de PIB qui s'arrête aussi tôt que possible).<sup>20</sup> La prévision du PIB pour l'année courante et l'année de budget est fournie par

<sup>20</sup> Le plafond des dépenses, et donc le coefficient  $k$  est calculé non seulement pour l'année suivante (l'année de budget), mais aussi pour les trois années qui suivent (années du plan financier). Toutefois, seul le plafond des dépenses de l'année de budget est juridiquement contraignant. Il est donc important que le coefficient  $k$  de l'année de budget ne dépende pas de prévisions encore plus incertaines du PIB des années ultérieures. De plus, calculer le coefficient  $k$  de l'année de budget sans prendre en compte les prévisions de PIB limite la manipulabilité en limitant les degrés de liberté (une fois les paramètres de la méthode fixés, il n'y a qu'un seul degré de liberté pour le calcul du coefficient  $k$  : la prévision de PIB de l'année de budget). C'est pour ces raisons que le coefficient

le groupe d'experts « prévisions conjoncturelles » de la Confédération. Le SECO livre les prévisions du PIB sur le plan financier. Ces chiffres provenant d'autres offices de l'administration fédérale, l'Administration fédérale des finances n'a elle-même aucune marge de manœuvre sur la série de PIB utilisée (elle est certes représentée dans le groupe d'expert, mais y est largement minoritaire). Il est facile de mettre à disposition un outil pour calculer le PIB trend en fonction du PIB effectif (un add-in Excel calculant le trend par MHP (100) est par exemple disponible sur le site de la Confédération, on y trouve aussi une présentation détaillée de la méthode).

### **Multivarié** (*Annexe IX*)

Les filtres multivariés sont plus complexes que les univariés puisqu'ils nécessitent plusieurs séries. Le nombre de séries (données trimestrielles) reste toutefois restreint par rapport aux méthodes basées sur une fonction de production : 4 variables pour SSDUP, 2 variables pour SSU (idem pour SSD et SSP). Les calculs peuvent ne pas converger (le maximum de vraisemblance ne trouve pas nécessairement le maximum ou peut s'égarer sur un maximum local plutôt que global). Ceci peut conduire à modifier certains paramètres (par exemple les conditions initiales pour la recherche du maximum) de façon discrétionnaire. Nous n'avons toutefois pas eu de problème de convergence avec le programme original de Stalder.

Die verwendeten Datenreihen sind bis zum aktuellen Rand verfügbar. Die Prognosen der Erwerbslosenquote (SSU) und der Inflation (SSP) könnten jeweils aus den Eckwerten, welche quartalsweise aktualisiert werden, entnommen werden. Einzig für die Kapazitätsauslastung (SSD, SSDUP) müssten eigene Annahmen getroffen werden. Si on veut intégrer le Kurzarbeit dans SSU ou SSDUP, il faut encore disposer de cette variable.

### **PFmhpKAE** (*Annexe III*)

*PFmhpKAE* a besoin de données du Kurzarbeit, mais aussi de données annuelles pour décomposer les contributions au PIB de la productivité totale des facteurs, du travail et du capital : PIB, stock de capital, autres données sur le marché du travail (chômage, moyenne des heures travaillées par personne active, proportion de personnes actives dans la population, population). Ces données restent toutefois nettement moins nombreuses que pour la méthode classique ou celle de la Commission européenne.

### **PF Simple** (*Annexe IV*)

En tant qu'extension de *PFmhpKAE*, PF Simple est nécessairement plus complexe. Elle demande davantage de données (trimestrielles). Surtout, l'introduction du NAWRU (qui est l'apport de PF Simple par rapport à *PFmhpKAE*) peut engendrer des problèmes (liés à une perte de fiabilité de courbe de Phillips) qui peuvent devoir être gérés de façon discrétionnaire. Die PF Simple benötigt das gleiche Datenset wie die funktion production classique (siehe unten).

### **EK** (*Annexe VIII*)

EK est un programme complexe avec une interface simple : une feuille Excel dans laquelle on introduit les paramètres du modèle et les données (annuelles). Tant que tout fonctionne bien, il est plus facile d'utiliser EK que la méthode classique. Le programme étant une boîte noire, la manipulabilité se limite à la feuille Excel. Im Excel werden verschiedenste Parametereinstellungen spezifiziert (in Annexe VIII ist das Excel-Sheet gezeigt), welche einen grossen diskretionären Spielraum öffnen. Die Manipulierbarkeit ist jedoch effektiv begrenzt, wenn die Parametereinstellungen von Beginn weg bestimmt werden. Mais si un problème survient (par exemple de convergence), le programme ne peut pas être modifié et on se voit contraint de jouer sur

---

k est calculé récursivement pour l'année de budget (et les années du plan financier), alors qu'il serait techniquement possible de prendre en compte les prévisions de PIB jusqu'à la fin du plan financier (le calcul ne serait alors pas récursif à l'intérieur de la période comprenant le budget et le plan financier, mais récursif entre deux périodes successives). Cela impliquerait des révisions plus importantes d'un plan financier à l'autre. De plus, ces révisions pourraient aller plusieurs années consécutives dans la même direction et existeraient même si les prévisions s'avéraient parfaitement correctes.

les paramètres. Le programme continuera d'être développé par la Commission européenne. Notre choix se limitera à accepter la nouvelle version ou rester à l'ancienne. EK nécessite beaucoup de données (davantage que PF Simple ou la méthode classique).

Bis zum aktuellen Rand sind jedoch auch hier die Daten vorhanden. Die Prognosen für die Inputdaten der nächsten zwei Jahre werden grösstenteils in der Expertengruppe besprochen. Teilweise können die Prognosen aber nicht eins zu eins übernommen werden, z.B. Erwerbstätige und Arbeitslosenquote. Für die Kapazitätsauslastung sind eigene Annahmen notwendig, wobei hierfür jedoch nicht zwingend Prognosen notwendig sind.

Plus la méthode est complexe, plus restreint devient le cercle des personnes aptes à reproduire les calculs. Si on veut que la transparence soit telle qu'un externe puisse reproduire les calculs afin qu'il puisse s'assurer d'en avoir compris toutes les étapes, cela élimine quasiment une méthode aussi complexe que la fonction de production de la Commission européenne. Si par contre il s'agit uniquement de permettre à un externe de connaître la feuille Excel et de pouvoir percevoir un changement de la méthode qui n'aurait pas été annoncé, alors la méthode de la Commission européenne considérée comme une boîte noire convient.

Le modèle calcule aussi le NAWRU, mais d'une façon différente que dans PF Simple ou la méthode classique, en se basant sur un ensemble plus large de variables. Notre analyse de la perte de validité de la courbe de Phillips décrite au §4.1.1 ne s'applique pas nécessairement à la méthode de la Commission européenne. Le concept de NAWRU est toutefois contesté dans la littérature de façon plus générale. En cas de problème avec la courbe de Phillips, sa résolution peut impliquer des choix discrétionnaires.

### **Classique** (*Annexe VIII*)

La fonction de production classique nécessite moins de paramètres et de données que celle de EK (mais des données trimestrielles). Certains paramètres sont toutefois problématiques. Pour la productivité, il y a notamment des time trends qui subissent des changements structurels difficiles à reconnaître en temps réel. Leur changement discrétionnaire peut conduire à des contestations ou soupçons de manipulation. Ceci implique aussi qu'il est plus difficile d'atteindre un degré élevé d'automatisation avec cette méthode. Par ailleurs, comme avec toutes les méthodes utilisant le NAWRU, il y a un risque de déplacement de la courbe de Phillips ou de réduction de sa validité.

Die historischen Inputdaten dazu sind vorhanden. Die Prognosen werden teilweise in der Expertengruppe besprochen, aber auch hier sind Annahmen zur Kapazitätsauslastung notwendig.

## **7.2 Continuité et faible ampleur des modifications légales**

Changer de méthode présente l'inconvénient de rompre la continuité méthodologique. La continuité plaide certes pour MHP (100), mais avec un poids réduit seize ans après son instauration. La nouvelle méthode devrait toutefois pouvoir elle aussi être utilisée durablement. Des changements sont plus faciles s'ils n'impliquent pas des modifications à un niveau élevé de la législation. Le cadre juridique laisse toutefois une marge de manœuvre relativement large tant que les critères mentionnés dans la Constitution, la loi et les messages du Conseil fédéral sont respectés (symétrie, prise en compte de la conjoncture, etc.). Les réflexions méthodologiques présentées dans les messages antérieurs du Conseil fédéral doivent être pris en compte. La possibilité d'utiliser une méthode basée sur une fonction de production a notamment été analysée et rejetée. Les principaux arguments évoqués étaient : le manque de symétrie, le manque de transparence, la complexité et le nombre élevé de variables à estimer. Si une méthode plus complexe qu'un filtre univarié devait être adoptée, en particulier une fonction de production, il faudrait prendre en compte ces arguments, examiner si la nouvelle méthode proposée souffre des mêmes défauts qui avaient été jugés rédhibitoire, justifier le nouveau choix et montrer qu'elle peut fonctionner durablement.

## 8 Short-list

La méthode actuelle MHP (100) est relativement symétrique et conduit à un PIB trend relativement lisse (en comparaison avec d'autres méthodes). Ceci signifie qu'elle permet de relativement bien compenser à terme les déficits et que le plafond des dépenses évolue de façon relativement lisse. Ces résultats obtenus sur les données historiques sont confirmés sur les données artificielles randomisées. L'examen des données stylisées a permis de mieux comprendre ces bonnes propriétés.

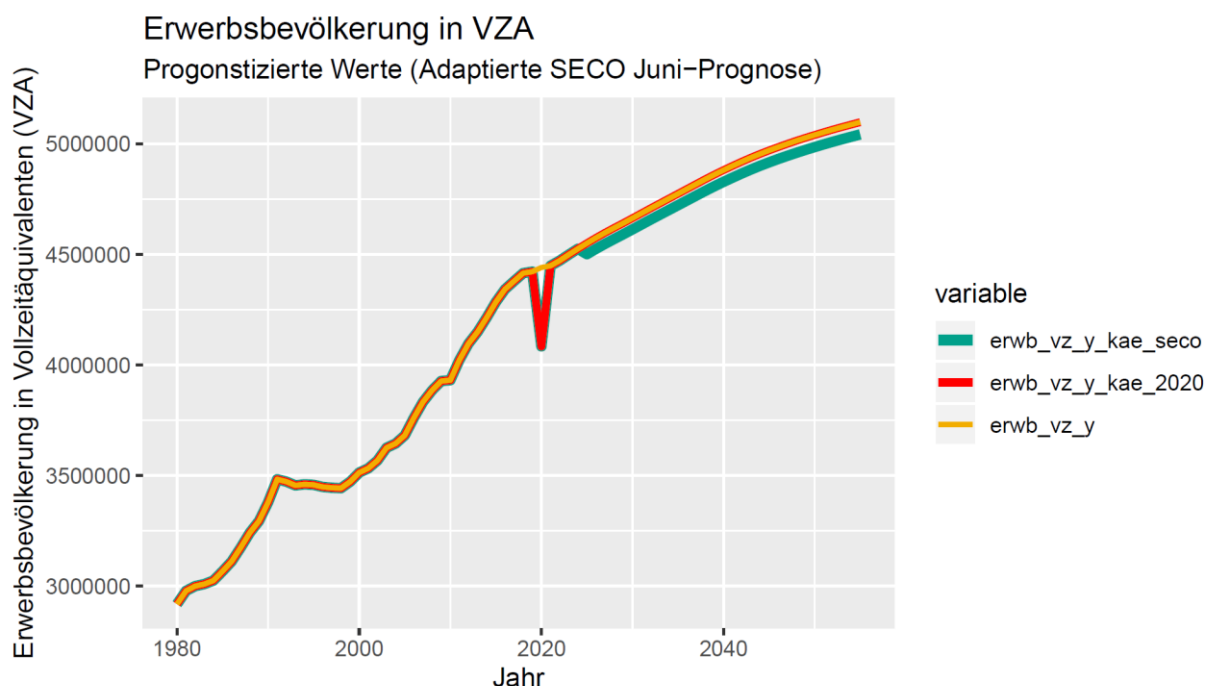
MHP (100) souffre toutefois d'un inconvénient majeur : suite à la crise du Covid-19, il exige déjà des surplus en 2022, alors que l'économie sera encore loin de l'équilibre. Pour assurer la symétrie, il peut certes être nécessaire d'exiger des surplus avant même que l'économie retrouve son équilibre. Mais 2022 semble prématuré. Pour résoudre ce problème, deux approches peuvent être suivies.

### 8.1 PFmhpKAE

La première approche part de l'idée que la crise du Covid-19 est exceptionnelle et que MHP (100) doit donc être corrigé de façon ponctuelle. Une telle approche a été adoptée pour calculer le coefficient  $k$  du budget 2021 : MHP (100) n'a pas été appliqué sur le PIB effectif, mais sur un PIB corrigé par une interpolation linéaire entre 2019 et 2022 qui sautait par-dessus la chute de 2020-2021 (le dénominateur du coefficient  $k$  restant par contre le PIB effectif non corrigé). Une telle correction ponctuelle justifiée par l'urgence ne satisfait pas le principe de continuité. De plus, elle s'écarte de la symétrie en impliquant que certains déficits ne seront pas compensés. Auch kann sie wissenschaftlichen Anforderungen bezüglich Begründbarkeit der genauen Ausgestaltung nicht genügen.

Une approche fondée sur le Kurzarbeit permet d'obtenir un résultat similaire d'une façon qui, à part lors de son introduction, n'est pas discrétionnaire et s'applique systématiquement. En effet, comme le montre la Figure 20, le Kurzarbeit est généralement très faible (en fait si proche de zéro qu'on ne le remarque pas sur cette courbe de l'emploi, sauf suite au Covid-19).

**Figure 20 : Evolution de l'emploi avec et sans Kurzarbeit<sup>21</sup>**

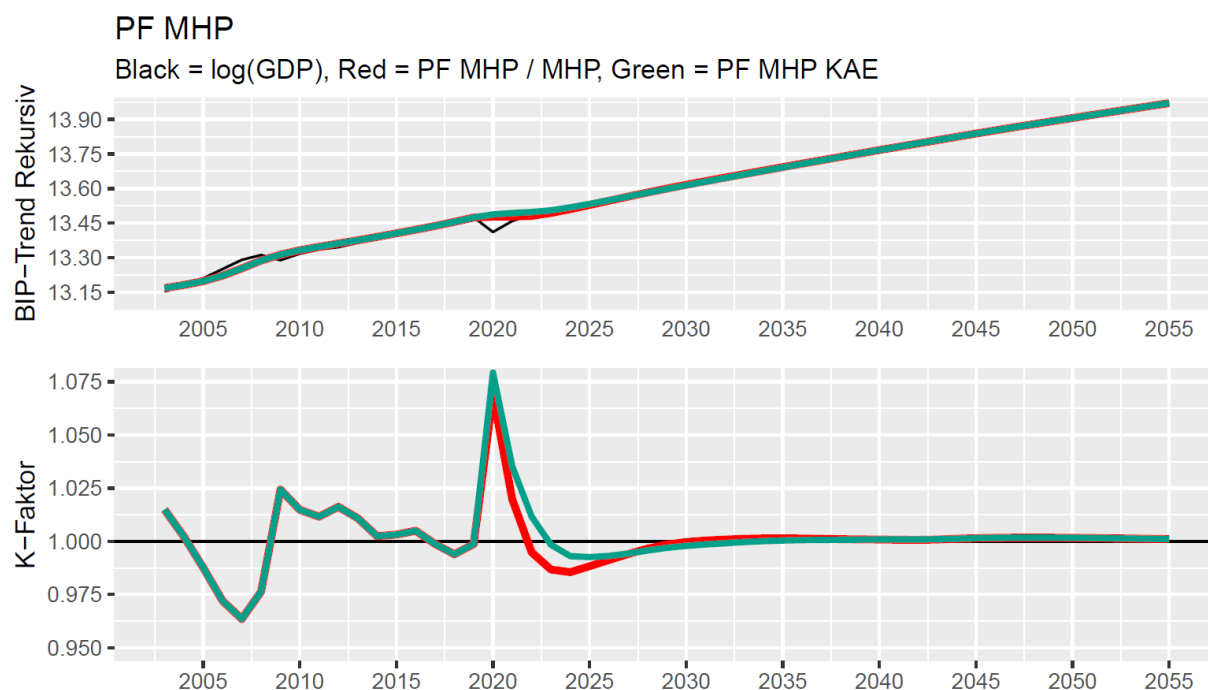


*PFmhpKAE* est la façon la plus simple de modifier MHP pour tenir compte du Kurzarbeit. Il n'en diffère en effet que dans la mesure où le Kurzarbeit est non nul (plus exactement : dans la mesure où le Kurzarbeit est non nul dans la fenêtre temporelle sur laquelle il est appliqué). Eine genaue Herleitung des Verfahrens befindet sich in Annexe III. Das Verfahren bindet die Kurzarbeit in der exakt gleichen Weise ein wie alle anderen hier untersuchten Produktionsfunktionsansätze. Das generelle Vorgehen zur Berücksichtigung von Kurzarbeit in Produktionsfunktionsansätze wird in Annexe V erklärt. La Figure 21 présente l'évolution du PIB trend et du coefficient  $k$  pour *PFmhp* et *PFmhpKAE* de 2004 à 2055 (c'est une extension dans le temps de la figure correspondante présentée dans la Figure 7) avec MHP (100) et une fenêtre mobile de 24 ans.<sup>22</sup>

<sup>21</sup> Die Variable *erwb\_vz\_y\_kae\_seco* bildet die Ausgangsreihe der um Kurzarbeit bereinigten Erwerbsbevölkerung (*erwb\_vz\_y\_kae\_2020*). Da weitere Annahmen in die Variable *erwb\_vz\_y\_kae\_seco* einfließen, reduzierten wir den Effekt von Kurzarbeit auf das Jahr 2020 und belassen den zukünftigen Verlauf der Erwerbsbevölkerung bei dem Grundscenario *erwb\_vz\_y*. Somit können wir den reinen Effekt von Kurzarbeit im Jahr 2020 ergründen.

<sup>22</sup> Um das reale BIP bis 2055 zu erhalten sind wir von den in unserem Datenset vorhandenen Projektionen der Erwerbstätigen Bevölkerung und des Kapitals ausgegangen. Unter der Annahme, dass sich die totale Faktorproduktivität in Zukunft ähnlich wie in den letzten 40 Jahren entwickelt, wurde die durchschnittliche Wachstumsrate der totalen Faktorproduktivität bis 2050 verlängert. So konnten wir ein in sich konsistentes Datenset erhalten. Die BIP-Werte weichen jedoch deshalb von anderen BIP-Langfristprognosen ab.

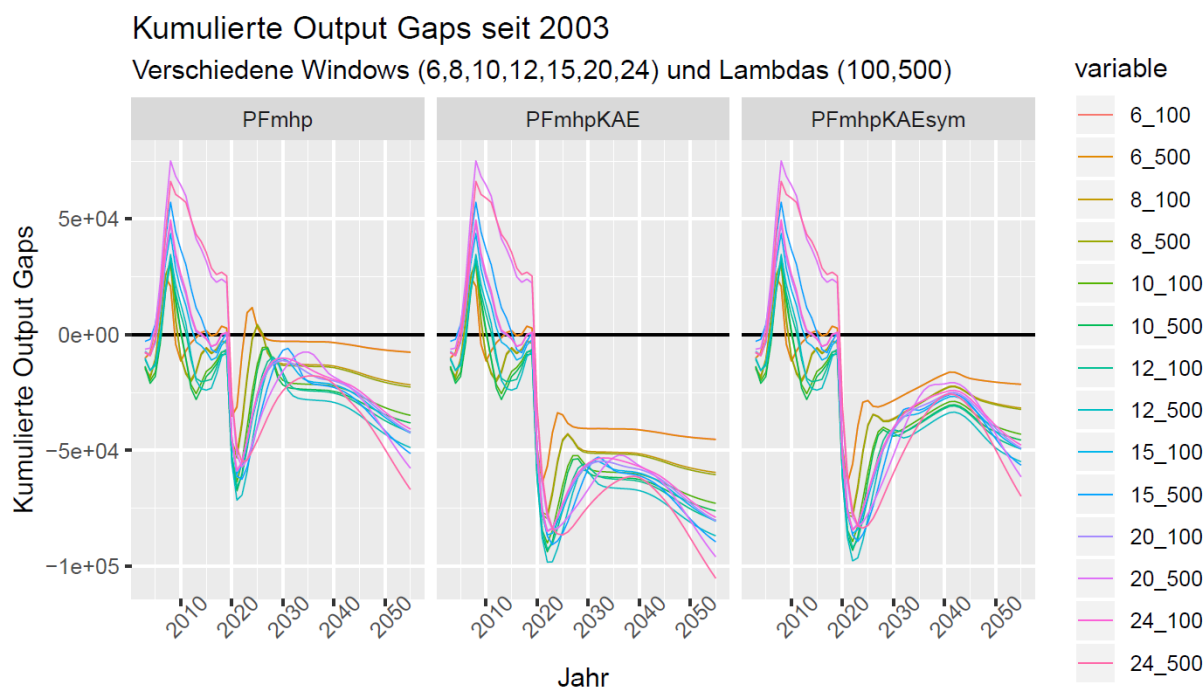
**Figure 21 : Evolution du PIB trend et du coefficient k pour  $PFmhp$  et  $PFmhpKAE$  de 2004 à 2055**



A part sa plus grande complexité, le grand défaut de  $PFmhpKAE$  est son asymétrie. Il dévie en effet de MHP (qui est grosso modo symétrique) en intégrant le Kurzarbeit qui ne prend que des valeurs positives ou nulles (mais jamais négatives). Nous discutons en Annexe VI un module de symétrisation qui vise à rendre  $PFmhpKAE$  aussi symétrique que MHP (pour des raisons expliquées dans cette annexe, le module de symétrisation est toutefois ici appliqué de façon incomplète).  $PFmhpKAE_{sym}$  est la version symétrisée de  $PFmhpKAE$ . Nous incluons  $PFmhpKAE_{sym}$  dans nos figures suivantes, mais ne le discuterons pas dans le corps du texte (voir l'annexe pour en savoir davantage).



**Figure 22 : Kumulierte Output Gaps seit 2003**

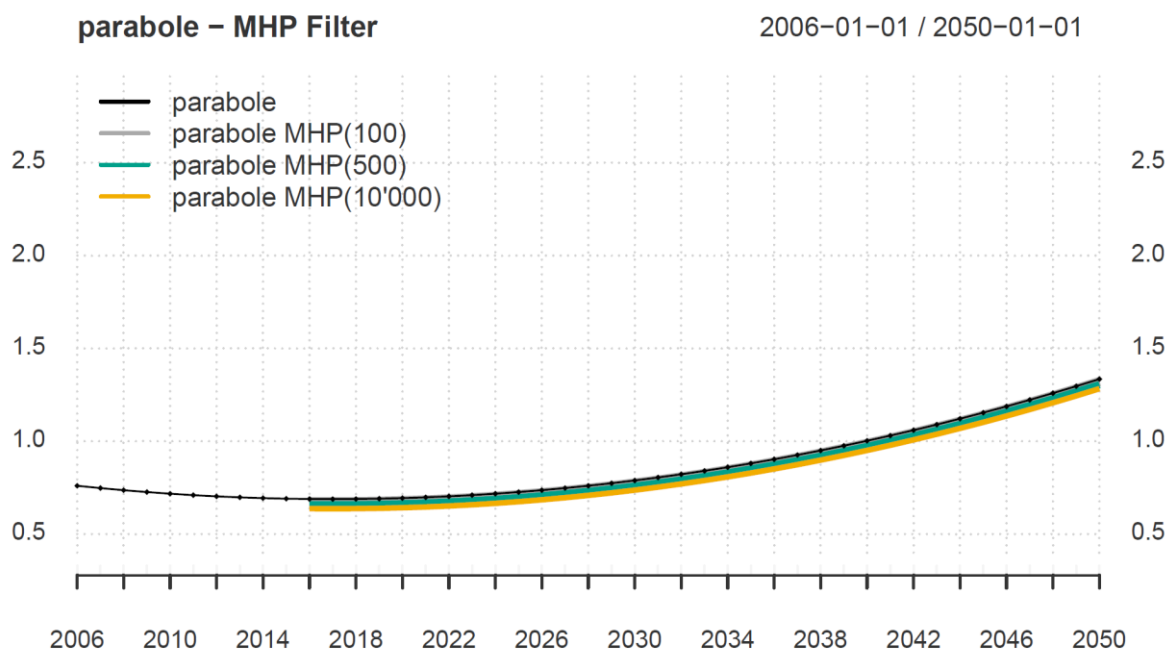


*L'output gap est exprimé en millions de CHF. Le solde budgétaire est environ un 10<sup>ème</sup> de l'output gap. Le cumul des soldes budgétaires est donc environ un 10<sup>ème</sup> du cumul des output gaps. « 5e+4 » correspond donc à un output gap cumulé de 50 milliards et un solde budgétaire cumulé de 5 milliards CHF.*

Der kumulierte Output Gap lässt sich anhand der folgenden Übersichtsrechnung erklären:

Der durchschnittlicher k-Faktor ab 2020 bis 2055 ist gemäss unserem Szenario 1.001515 und das durchschnittliches BIP  $921863.5 \cdot 10^6$  (aufgrund des moderaten Wachstums schnell das BIP dennoch markant in die Höhe). Über 36 Jahren ergibt dies  $36 \cdot 921'863.5 \cdot 10^6 \text{ CHF}^*$   $(1.001515 - 1) = 50'278'435'290 \text{ CHF} \approx 50 \text{ Milliarden CHF}$ . Es stellt sich also die Frage, warum der durchschnittliche k-Faktor über 1 liegt. Dies ist mit den données stylisées zu beantworten. Der unterstellte BIP Pfad zeigt in logarithmierter Form eine leicht *konkave* Krümmung. Grafik 22 stellt eine *konvexe* Krümmung dar. Die rekursive Berechnung mit dem MHP über diese konvexe Krümmung ergibt einen BIP-Trend, welcher stets unter dem BIP liegt, also k-Faktoren unter 1 ergeben würde. Umgekehrtes gilt folglich für unser Szenario. Der kumulierte Output-Gap mit dem Verfahren *PFmhpKAE* ist fast doppelt so hoch im Vergleich zum MHP. Für den Bundeshaushalt würde dieses Verfahren über die nächsten 36 Jahre also kumuliert 5 Milliarden CHF höhere Ausgaben erlauben (also ungefähr 140 Millionen pro Jahr).

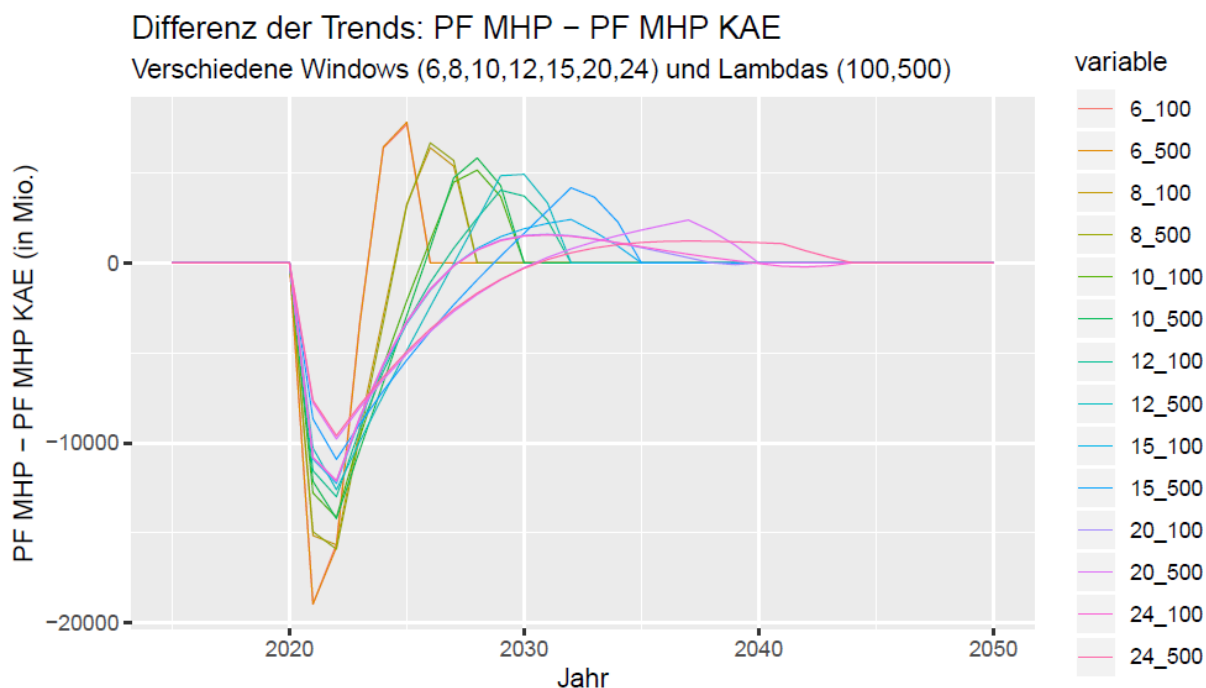
Figure 23 : Illustration sur une parabole



Le fait que  $PFmhpKAE$  est la plupart du temps égal à MHP présente l'avantage que la symétrisation ne prendra pas un temps indéfini. Considérons le cas simplifié où il n'y a jamais de Kurzarbeit, sauf en 2020. Dans un premier temps, ce Kurzarbeit est présent dans la fenêtre sur laquelle  $PFmhpKAE$  est appliqué. Ensuite elle disparaît de la fenêtre et il n'y a plus de différences entre MHP et  $PFmhpKAE$ .<sup>23</sup>

<sup>23</sup> Mais les différences qu'il y a eu entre MHP et  $PFmhpKAE$  seront encore perçues pendant 20 ans dans le module de symétrisation. La symétrisation se poursuivra donc après le choc pendant une période égale à la largeur de la fenêtre temporelle sur laquelle  $PFmhpKAE$  est appliquée + les 20 ans du module de symétrisation.

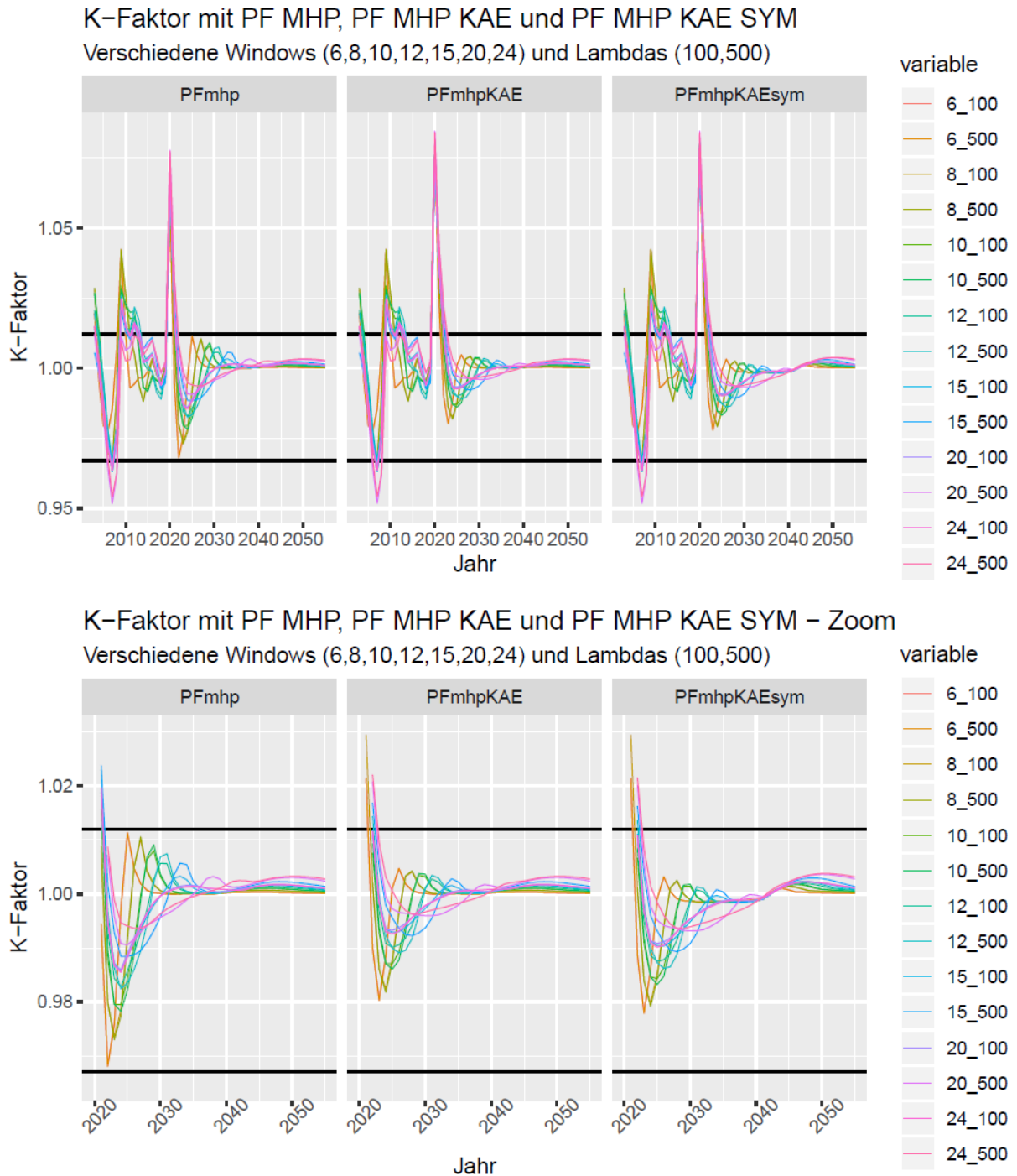
**Figure 24 : Différences entre le PIB trend de *PFmhp* (égal à MHP) et de *PFmhpKAE***



La Figure 24 montre qu'il n'y a pas de différences jusqu'en 2020 entre le PIB trend selon MHP et *PFmhpKAE*. Juste après le choc de 2020, la prise en compte du Kurzarbeit permet au PIB trend selon *PFmhpKAE* de rester plus élevé que selon MHP. Lorsque le choc n'est plus dans la fenêtre, Le PIB trend est le même selon MHP que selon *PFmhpKAE*.

Figure 25 zeigt die k-Faktoren, welche sich aus den drei verschiedenen Ansätzen ergeben, wobei uns vor allem der Vergleich zwischen der linken k-Faktor-Entwicklung und der mittleren k-Faktor-Entwicklung interessiert. Die beiden horizontalen schwarzen Linien zeigen die Ausschläge nach unten und oben des k-Faktors nach der COVID-Krise, wenn die bisherige Methode beibehalten wird. Damit ist leicht zu erkennen, dass der Ausschlag nach unten unmittelbar nach der Krise durch die Integration von Kurzarbeit stark aufgefangen wird. Die untere Grafik veranschaulicht dies, indem sie auf den Zeithorizont nach der Krise zugeschnitten ist.

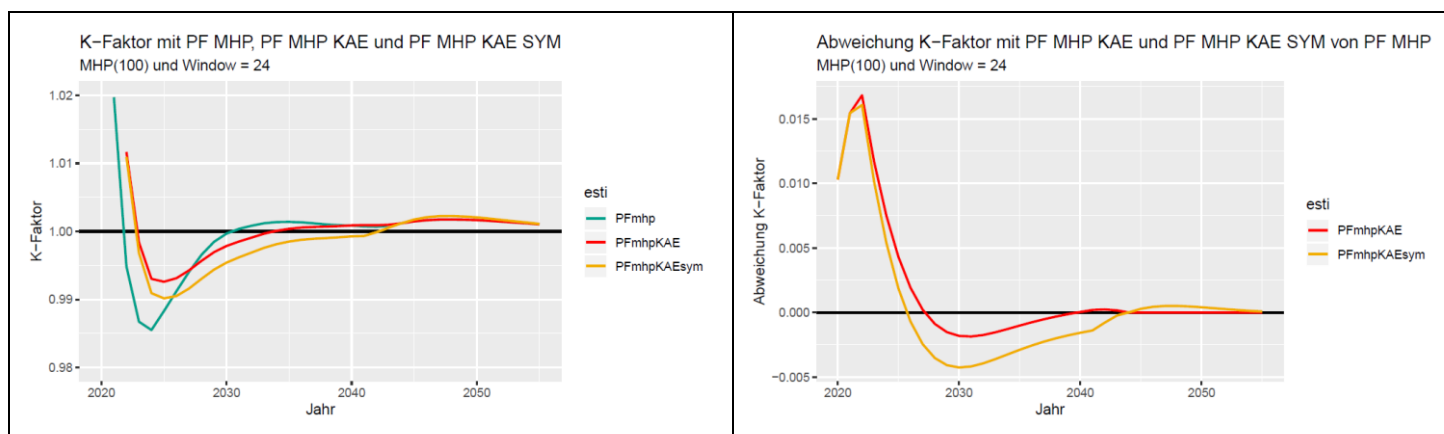
**Figure 25 : Evolution du coefficient k pour *mhp*, *PFmhpKAE* et *PFmhpKAE<sub>sym</sub>***



*PFmhp* est *PFmhpKAE* quand *KAE* est partout nul. *PFmhp* est identique à *MHP*.

Die Figure 26 zeigt links die Evolution des k-Faktors gemäss den verschiedenen Ansätzen wie bereits schon in Grafik 24, jedoch ausschliesslich mit der bisherigen Spezifikation des MHP-Filters ( $\lambda=100$ , window=24). Während die PFmhp (identisch mit dem MHP-Filter) im Jahr 2022 bereits unter 1 liegt und dies bis 2030 bleibt, fallen die anderen beiden Ansätze erst ein Jahr später unter 1 und zudem auf ein höheres Level. Jedoch bleiben sie auch länger unter 1 (im Falle von  $PFmhpKAE_{sym}$  sogar bis 2042). Auf der rechten Seite der Figure 26 sind die Abweichungen der Ansätze  $PFmhpKAE$  gegenüber dem MHP-Filter zu sehen. Eine Veränderung von 0.001 entspricht nach heutigem Bundeshaushalt ungefähr 70 Millionen CHF.

**Figure 26 : Evolution du coefficient k pour  $\lambda=100$  et Window=24**



## 8.2 MHP (ou PFmhpKAE) avec $\lambda$ plus élevé et fenêtre plus étroite

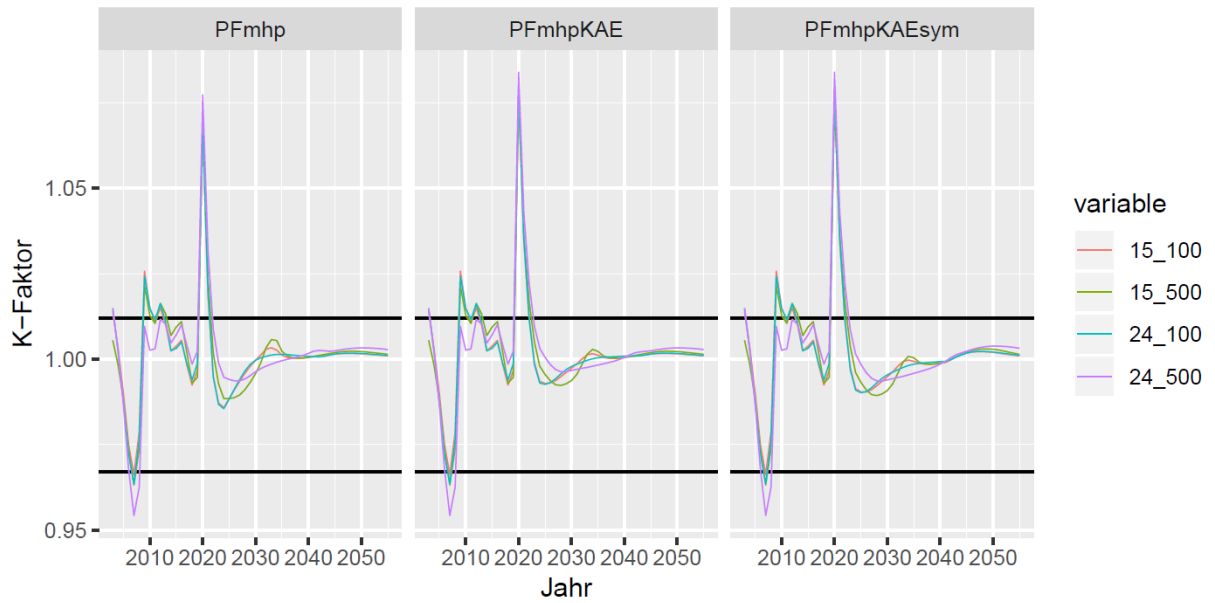
Contrairement à la première approche, la seconde part de l'idée que la crise du Covid-19 rend particulièrement visible un problème qui est toujours présent, même si ce n'est que dans une moindre mesure : MHP (100) réagit trop rapidement à une modification du PIB effectif, ce qui rend le PIB trend trop volatile (même si sa volatilité est basse comparée à beaucoup d'autres méthodes) et lui fait considérer trop rapidement qu'un choc négatif est permanent. C'est pourquoi avant même la crise du Covid-19, nous examinions s'il fallait augmenter le paramètre  $\lambda$ , par exemple en remplaçant MHP (100) par MHP (500). L'inconvénient d'augmenter  $\lambda$  est qu'une plus grande inertie conduirait aussi à exiger plus longtemps des surplus pour compenser les déficits plus élevés qu'il a autorisé. Par ailleurs, un choc positif serait le miroir d'un choc négatif : le plus long répit accordé en cas de choc négatif devient une plus longue période pendant laquelle des surplus sont exigés suite à un choc positif. La crise du Covid-19 souligne toutefois qu'il y a deux asymétries. Premièrement, les chocs négatifs peuvent être plus profonds que les chocs positifs. Deuxièmement, il est plus douloureux de devoir se restreindre en mauvaise qu'en bonne conjoncture. Ces deux points plaident pour augmenter  $\lambda$ . L'approche d'augmenter  $\lambda$  n'est pas incompatible avec la prise en compte de Kurzarbeit : il suffit d'utiliser un  $\lambda$  plus grand pour  $PFmhpKAE$  ou  $PFmhpKAE_{sym}$ .

La taille de la fenêtre sur laquelle la méthode a une importance qui a longtemps été sous-estimée pour MHP. La Figure 4 confirme certes que passer d'une fenêtre de 24 ans à 20 ans ne change guère les résultats, comme on s'y attendait vu le faible poids des données de PIB effectif situées dans un passé éloigné. Mais elle montre surtout que les résultats changent drastiquement lorsque l'on réduit nettement la taille de la fenêtre. On peut s'attendre à ce que l'importance de ce rôle des fenêtres se répercute sur  $PFmhpKAE$ .

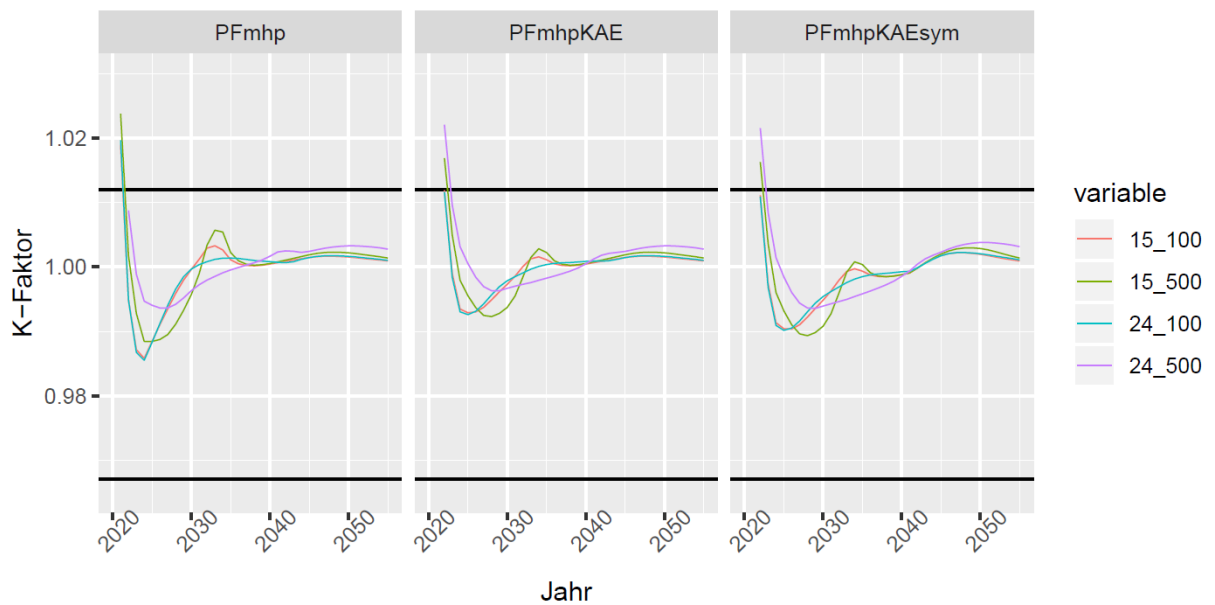
Différentes figures ci-dessus montrent déjà le rôle de  $\lambda$  et de la taille des fenêtres pour deux valeurs de  $\lambda$  (100 et 500) et 7 tailles de fenêtre (6, 8, 10, 12, 15, 20, 24). Pour améliorer la visibilité, des graphiques analogues à ceux déjà présenté donne les résultats pour uniquement  $\lambda=100$  et 500, et une fenêtre de 15 et 24 ans.

**Figure 27 : Divers graphiques pour lambda=100 ou 500 et fenêtres = 15 ou 24 ans**

K-Faktor mit PF MHP, PF MHP KAE und PF MHP KAE SYM  
 Verschiedene Windows (6,8,10,12,15,20,24) und Lambdas (100,500)

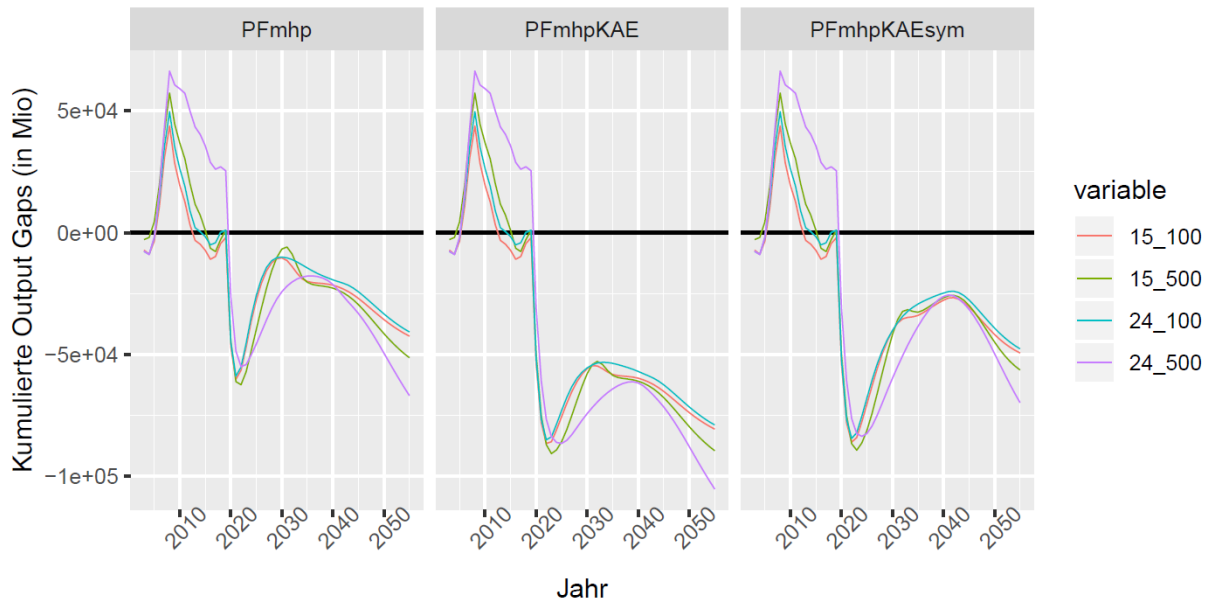


K-Faktor mit PF MHP, PF MHP KAE und PF MHP KAE SYM – Zoom  
 Verschiedene Windows (6,8,10,12,15,20,24) und Lambdas (100,500)



### Kumulierte Output Gaps seit 2003

Verschiedene Windows (6,8,10,12,15,20,24) und Lambdas (100,500)

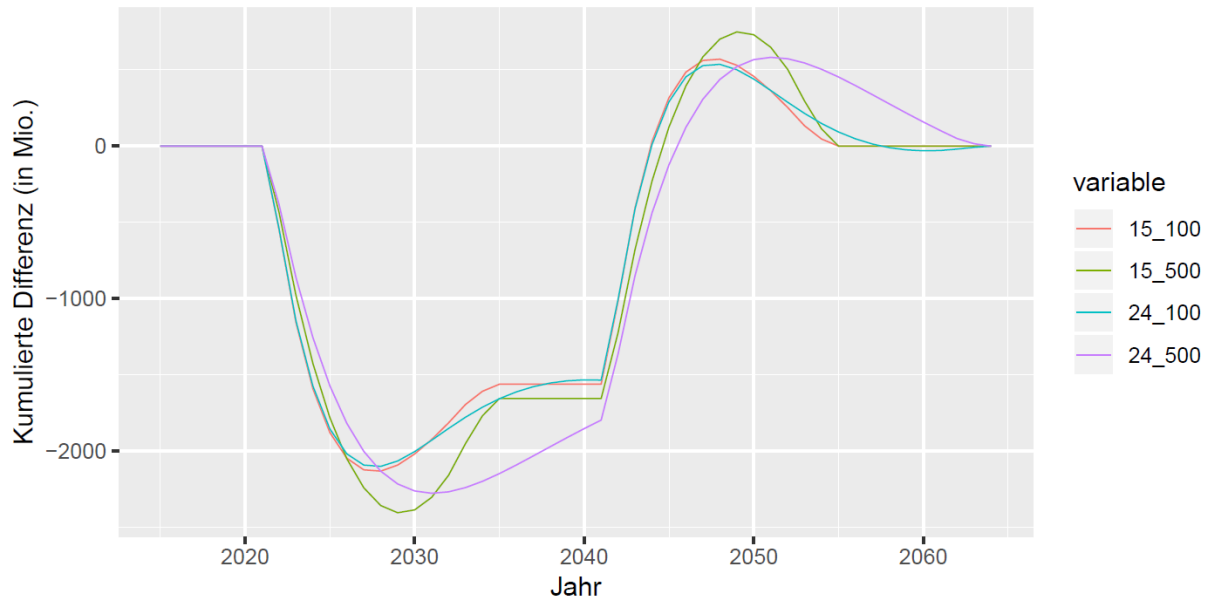


### Differenz der Trends: PF MHP – PF MHP KAE

Verschiedene Windows (6,8,10,12,15,20,24) und Lambdas (100,500)



Kumulierte Differenz der Trends: PF MHP – PF MHP KAE  
Verschiedene Windows (6,8,10,12,15,20,24) und Lambdas (100,500)





## **Addendum : recommandations additionnelles**

Après la rédaction de ce papier, le filtre optimal OLUFHP a été calculé (Annexe X). Par ailleurs, des calculs avec une autre mesure de la volatilité du PIB trend (Annexe XII) ont relativisé certains résultats, en particulier le score de MHP (100). De plus, il semble utile d'élargir la short-list pour introduire un exemplaire de chaque type de méthode, donc aussi une fonction de production et un modèle State-Space qui permettent d'intégrer le marché du travail (en veillant toutefois à rester aussi simple et automatisable que possible).

### **8.3 OLUFHP**

OLUFHP semble être un filtre univarié encore meilleur que MHP. Il peut donc être préférable d'introduire le Kurzarbeit dans OLUFHP (en choisissant la bonne calibration pour la taille de la fenêtre et le coefficient  $\lambda$ ) plutôt que MHP.

### **8.4 Fonction de production**

Il convient de ne pas exclure à ce stade la voie d'une fonction de production. Les deux principales options sont la fonction de production classique (la fonction de production dont le PIB trend est le plus lisse) et PF Simple (la fonction de production la plus simple après l'ultra-simple PFMHPKAE). Ces fonctions de production sont certes strictement dominées par MHP (100) sur les données historiques de la Figure 1. Mais la fonction de production classique a un score plus comparable aux filtres univariés lorsque la volatilité du PIB trend de cette figure est mesurée par l'écart-type du Diff plutôt que RSS Diff-in-Diff (Annexe XII). Il faudra toutefois gérer le problème lié au manque de validité du NAWRU utilisé par ces deux fonctions de production, ainsi que la difficulté de repérer en temps réel les changements du time trend utilisé par la fonction production classique.

### **8.5 SSMoD**

SSMoD est certes strictement dominé par MHP (100) sur les données historiques de la Figure 1bis du §4.1.7, mais semble être la meilleure option de State-Space modèle. C'est le State-Space modèle dont le PIB trend est le plus lisse. Il faut étudier de façon plus approfondie l'évolution du PIB trend de SSMoD lors des crises (notamment celle de 2020) pour juger si l'intégration du Kurzarbeit est nécessaire. Si oui, il pourrait ne pas être évident d'effectuer cette intégration, car l'indicateur « Rekrutierungsschwierigkeiten » utilisé par SSMoD n'est pas directement lié au Kurzarbeit (alors qu'il est plus facile d'ajouter le Kurzarbeit à ILO, même si cela reste problématique puisque le Kurzarbeit est d'une autre nature que le chômage).

## 9 Conclusion

Une modification de MHP (100) semble nécessaire. Parmi le large éventail de méthodes analysées dans ce papier, la meilleure à notre avis est *PFmhpKAE* avec éventuellement un  $\lambda$  plus élevé et une fenêtre plus courte que pour le MHP actuellement utilisé.

Nous n'avons pas mené à terme la discussion pour savoir quelle est le meilleur  $\lambda$  et la meilleure taille de fenêtre à choisir pour *PFmhpKAE* parce que nos travaux préliminaires sur le filtre linéaire univarié optimal suggèrent que nous avons trouvé un filtre univarié (OLUFHP) encore meilleur que MHP et que c'est plutôt à ce filtre-là qu'il faudrait ajouter KAE. Ces résultats préliminaires arrivent trop tard pour être véritablement intégrés dans le corps du présent papier. Les formules pour calculer ce filtre, ainsi que des premiers résultats sur des données historiques, sont toutefois disponibles en Annexe X (voir aussi l'addendum à la fin du Résumé pour une présentation succincte des résultats préliminaires). La démonstration de ces formules sera prochainement disponible. Nous étudierons aussi l'évolution temporelle du PIB trend selon ce filtre sur des données historiques, ainsi que la robustesse de sa supériorité en utilisant des données artificielles.

Il conviendrait aussi d'examiner s'il est possible et souhaitable d'étendre *PFmhpKAE* (ou l'équivalent avec un filtre linéaire univarié optimal) pour y intégrer davantage le marché du travail dans l'esprit de notre PF Simple, mais d'une autre manière qu'en utilisant le NAWRU de la fonction production classique. Andere (eventuell robusterere und konstantere) ökonomische Zusammenhänge, wie beispielsweise Okun's Law oder die Beveridge-Kurve, könnten für die Berücksichtigung des Arbeitsmarktes herangezogen werden.

D'autres alternatives encore pourraient être analysées. Dans son feed-back à une version préliminaire du présent papier, Peter Stalder a étudié un filtre multivarié intégrant le marché du travail (SSU) et prenant en compte le Kurzarbeit.

Il est nécessaire de s'assurer que toute méthode qui remplacerait MHP (100) pour le calcul du coefficient  $k$  soit la meilleure dans l'état actuel des connaissances scientifiques. En effet, cette nouvelle méthode doit pouvoir rester durablement en vigueur. La présente étude a exploré de nombreuses pistes et, avant prise en compte des résultats préliminaires évoqués ci-dessus, recommande *PFmhpKAE*. Ces résultats préliminaires nous conduisent toutefois à proposer encore mieux : le filtre univarié linéaire optimal avec une fenêtre de 15 ans ( $N = 14$ ) et  $\lambda = \infty$  avec intégration du Kurzarbeit. Cette dernière proposition doit toutefois encore être confirmée. Nous présenterons avant la fin de l'année un papier clarifiant les questions en suspens sur ce filtre optimal. Nous souhaitons toutefois que le présent papier soit soumis à discussion sans attendre. Le temps presse si la nouvelle méthode doit être adoptée pour le budget 2022.

# Annexe I: Output gap cumulé dû à un choc pour une version modifiée de la méthode géométrique

Modifions la méthode géométrique (§5.1.2) de sorte à extrapoler la croissance annuelle moyenne passée plutôt que le taux de croissance annuel passé (le taux de croissance est la croissance annuelle divisée par le PIB initial). Considérons le choc suivant. Au temps T0, deux modifications permanentes ont lieu simultanément : i) modification permanente  $d$  du niveau du PIB effectif (marche d'escalier), ii) modification de sa croissance annuelle (la croissance annuelle après le choc augmente d'un montant  $g$  par rapport à ce qu'il serait en l'absence de choc ; soulignons qu'il s'agit de la croissance annuelle et non pas du taux de croissance).

La différence d'output gap cumulé engendrée par ce choc est donnée par la formule suivante : *output gap cumulé dû au choc* =  $0.5 * (N + 1) * g / (1 - a)$  où  $N$  est le nombre de croissances annuelles dans la fenêtre ( $N + 1$  est donc le nombre de données de PIB effectif dans la fenêtre) et  $a$  est la pondération du PIB trend lors du calcul du point d'accrochage ( $a = 1$  signifie que la croissance annuelle moyenne passée est ajoutée à la dernière valeur du PIB trend).<sup>24</sup>

<sup>24</sup> Voici quelques indications pour la démonstration de cette formule. Cette méthode étant linéaire, il suffit d'examiner le cas où après le choc le PIB effectif est constamment nul (les autres cas peuvent être reconstruits à partir de celui-là en lui ajoutant une droite horizontale et une droite de pente égale à la pente après le choc ; l'output gap sur ces droites est nul). Nous pouvons même décomposer ce cas simple en deux cas encore plus simples : un escalier et un changement de pente (tous deux avec un PIB effectif constamment nul après le choc). Il suffit ensuite pour ces deux cas d'examiner comment évolue la croissance moyenne dans la fenêtre au fur et à mesure que de plus en plus de points datant d'après le choc contribuent à cette moyenne. Il faut calculer le PIB trend en l'accrochant entre les dernières valeurs de PIB trend et de PIB effectif, et finalement calculer les output gaps et leur cumule. Nommons  $t=0$  l'année du choc (le PIB effectif est donc modifié en  $t=0$ ). Dans le cas de l'escalier (avec augmentation  $d$  du niveau), l'accroissement moyen dans la window est  $\frac{d}{N}$  tant que l'année du choc et l'année juste avant le choc sont situées dans la window. Ailleurs, l'accroissement moyen est nul. Pour tout  $t$  tel que la transition du choc est encore dans la window ( $1 \leq t \leq N$ ), le PIB trend est donc donné par  $PIBtrend_t = \alpha * PIBtrend_{t-1} + \frac{d}{N}$  avec  $PIBtrend_0 = PIBeffectif_{-1} = -d$ . Ceci donne (pour  $1 \leq t \leq N$ )  $PIBtrend_t = \frac{d}{N} (1 + \alpha + \alpha^2 + \dots + \alpha^{t-1}) - \alpha^{t-1}d$ . Ensuite, le PIB trend est donné par  $PIBtrend_t = \alpha * PIBtrend_{t-1}$  (puisque l'accroissement annuel moyen est constamment nul), ce qui donne  $\alpha^{t-N} * PIBtrend_N = \alpha^{t-N} * \left[ \frac{d}{N} (1 + \alpha + \alpha^2 + \dots + \alpha^{N-1}) - \alpha^{N-1}d \right]$ . Pour voir ce que donne la somme de tous ces termes, il est utile de les disposer dans une table.

<b>t=1</b>	$1 * \frac{d}{N}$								$-1 * d$
<b>t=2</b>	$1 * \frac{d}{N}$	$\alpha * \frac{d}{N}$							$-\alpha * d$
<b>t=3</b>	$1 * \frac{d}{N}$	$\alpha * \frac{d}{N}$	$\alpha^2 * \frac{d}{N}$						$-\alpha^2 * d$
.....	.....	.....	.....	.....					.....
<b>t=N</b>	$1 * \frac{d}{N}$	$\alpha * \frac{d}{N}$	$\alpha^2 * \frac{d}{N}$	.....	$\alpha^{N-2} * \frac{d}{N}$	$\alpha^{N-1} * \frac{d}{N}$			$-\alpha^{N-1} * d$
<b>t=N+1</b>		$\alpha * \frac{d}{N}$	$\alpha^2 * \frac{d}{N}$	.....	$\alpha^{N-2} * \frac{d}{N}$	$\alpha^{N-1} * \frac{d}{N}$	$\alpha^N * \frac{d}{N}$		$-\alpha^N * d$
<b>t=N+2</b>			$\alpha^2 * \frac{d}{N}$	.....	$\alpha^{N-2}$	$\alpha^{N-1} * \frac{d}{N}$	$\alpha^N * \frac{d}{N}$	$\alpha^{N+1} * \frac{d}{N}$	$-\alpha^{N+1} * d$
.....	.....	.....	.....	.....					.....

La somme de la dernière colonne est  $-d \frac{1}{1-\alpha}$  si  $\alpha < 1$  ( $\alpha$  est de toute façon  $\geq 0$  dans notre contexte). Les autres termes sont simplement  $N$  fois la série  $\frac{d}{N} \sum_{t=0}^{\infty} \alpha^t = \frac{d}{N} * \frac{1}{1-\alpha}$ . La somme totale est donc  $N * \left( \frac{d}{N} * \frac{1}{1-\alpha} \right) - d \frac{1}{1-\alpha} = 0$ .

Ce calcul a été effectué en appliquant la méthode sur le PIB effectif, mais le résultat est le même sur n'importe quelle série. Si on l'applique sur le log du PIB effectif, les chocs étudiés (chocs permanents sur le niveau et sur la croissance) doivent toutefois être appliqués au log du PIB et la nullité de la somme concerne les gaps du log du

Notons que cet output gap cumulé ne dépend pas de  $d$  (il en dépendrait toutefois si  $a=1$ , car l'expression ci-dessus cesse alors d'être valide). Ceci montre que si ces chocs sont symétriques, alors ils ne modifient pas l'output gap cumulé. Si ces chocs s'exercent sur une série pour laquelle le cumul des gaps est nul (une droite par exemple), alors ce cumul restera nul suite au choc.

Nous montrons en Annexe XI que l'output gap cumulé dû à un choc ayant la forme d'une marche d'escalier ( $g = 0$ ) devient nul en un temps fini pour tout filtre linéaire univarié tel que le trend d'une droite est cette même droite. Une extension possible consisterait à chercher une formule dans ce cas général pour  $g \neq 0$ .

En Annexe X, nous cherchons le filtre linéaire univarié qui minimise une certaine fonction de coût quand il est appliqué à une marche d'escalier. Une extension consisterait à chercher le filtre optimal pour  $g \neq 0$ .

---

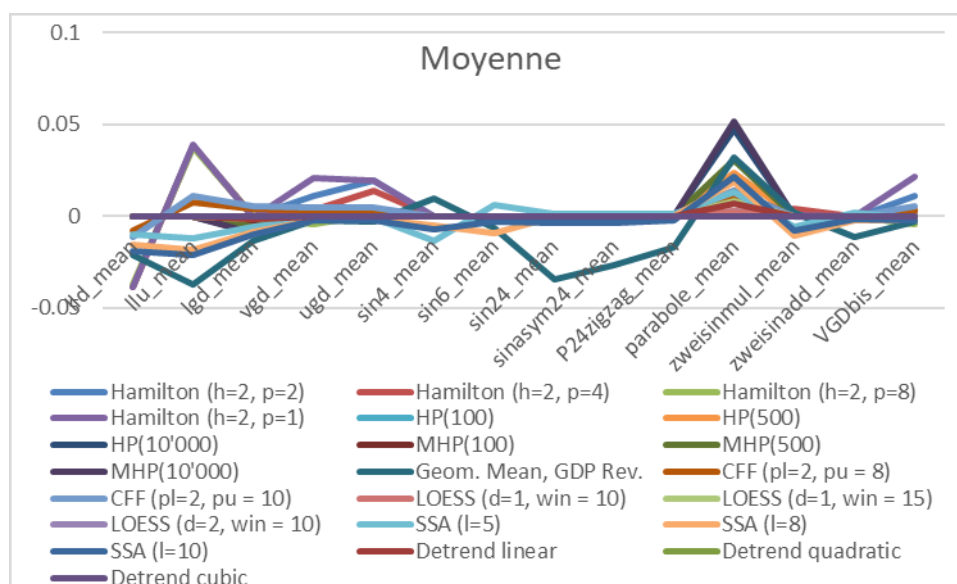
PIB.

Un raisonnement similaire appliqué au cas où le PIB effectif passe d'une droite ayant un certain accroissement annuel  $-g$  à une droite horizontale (constamment égale à zéro) permet de démontrer la formule *output gap cumulé dû au choc*  $= 0.5 * (N + 1) * g / (1 - a)$ .

## Annexe II : Autres résultats stylisés

Nous renonçons à discuter l'ensemble des résultats sur les données stylisées. A titre illustratif, la Figure 28 indique l'output gap moyen de chaque méthode appliquée à chaque situation (nous avons effectué des calculs similaires pour la racine de la somme des carrés des output gaps et la volatilité du PIB trend).

**Figure 28 : Moyenne des output gap**



*Marche d'escalier descendante (lld), marche d'escalier montante (llu), baisse permanente du taux de croissance (lgd), baisse transitoire et courte (en V) du taux de croissance avec effet de niveau sur le long terme (vgd), baisse transitoire et courte (en V) du taux de croissance avec retour sur la droite hors choc (vgdbis), baisse transitoire et moins courte (en U) du taux de croissance avec effet de niveau sur le long terme (ugd), sinus de périodes 4 ans, 6 ans et 24 ans (sin4, sin6 et sin24), périodique asymétrique de période 24 ans (sinasym24), zigzag de période 24 ans (P24zigzag), parabole (parabole), multiplication d'un sinus de période 4 ans et d'un sinus de 6 ans (zweisinmul), somme d'un sinus de période 4 ans et d'un sinus de 6 ans (zweisinadd).*

## Annexe III : *PFmhpKAE*

Der MHP-Filter ist linear:  $mhp(\alpha * x_t + \beta * y_t) = \alpha * mhp(x_t) + \beta * mhp(y_t)$ . Die Notation  $mhp(x_t)$  bezeichnet die Anwendung des MHP-Filters auf die Variable  $x$  über den Zeitraum  $t - window + 1$  bis  $t$ , wobei  $window = 24$  gesetzt wird (analog zur aktuellen Spezifikation des MHP-Filters).

Auch die Cobb-Douglas Produktionsfunktion ist logarithmiert linear. Damit kann das BIP also in die Bestandteile dieser Produktionsfunktion zerlegt, der MHP-Filter auf diese Bestandteile angewendet und deren Trend-Komponente errechnet werden. Hernach werden die Trend-Komponente dieser Bestandteile gemäss der Cobb-Douglas Produktionsfunktion wieder aufsummiert um das aggregierte BIP-Trend zu erhalten.

Die Zerlegung in die Bestandteile einer Cobb-Douglas Produktionsfunktion hat den einzigen Vorteil, dass damit bspw. eine Berücksichtigung der Kurzarbeit erfolgen kann. Die soll nun folgend detailliert veranschaulicht werden.

Wir starten mit der gleichen Produktionsfunktion wie sie in der EK-Methode verwendet wird:

$$BIP_t = TFP_t * Arb.Volumen_t^\alpha * K_t^{(1-\alpha)}$$

Durch das Logarithmieren erhalten wir

$$\log(BIP_t) = \log(TFP_t) + \alpha * \log(Arb.Volumen_t) + (1 - \alpha) * \log(K_t)$$

Die Cobb-Douglas Produktionsfunktion basiert auf einer Substitutionselastizität zwischen Arbeitsvolumen und Kapital von 1. Deswegen stellen  $\alpha$  und  $1 - \alpha$  nicht nur die Output-Elastizitäten, sondern auch die Anteile am Gesamteinkommen der jeweiligen Produktionsfaktoren dar, d.h. Arbeitseinkommen =  $\alpha * BIP_t$  und Kapitaleinkommen =  $(1 - \alpha) * BIP_t$ . Der Parameter  $\alpha$  kann also aus dem Quotienten der totalen Lohnsumme und dem nominalen BIP geschätzt werden. In der EK-Methode wird  $\alpha$  stets auf 0.65 gesetzt. In der klassischen Produktionsfunktion wird  $\alpha$  anhand eine OLS-Regression geschätzt, welche die Spezifikation von Time-Trends in der Arbeitsproduktivität voraussetzt. Wir folgen der EK-Methode und setzen  $\alpha$  auf 0.65.

Die (logarithmierte) totale Faktorproduktivität wird nun als Residuum der Produktionsfunktion geschätzt (Solow-Residual):

$$tfp_t = \log(BIP_t) - \alpha * \log(Arb.Volumen_t) - (1 - \alpha) * \log(K_t)$$

Nun können wir simpel den MHP-Filter auf die geschätzte (logarithmierte) totale Faktorproduktivität,  $tfp_t$ , das logarithmierte Arbeitsvolumen,  $\log(Arb.Volumen_t)$ , und den logarithmierten Kapitalstock,  $\log(K_t)$ , anwenden um ein BIP-Trend zu erhalten, welches dem BIP-Trend des MHP-Filters mit der direkten Anwendung auf die effektive logarithmierte BIP-Reihe entspricht:

$$\begin{aligned} mhp(\log(BIP_t)) &= mhp(tfp_t) + \alpha * mhp(\log(Arb.Volumen_t)) + (1 - \alpha) * mhp(\log(K_t)) \\ &= \text{Trend des } \log(BIP_t) \end{aligned}$$

Damit ist die Äquivalenz zwischen den beiden Ansätzen gezeigt.<sup>25</sup> Die Dekomposition erlaubt nun aber die Rücksichtnahme auf Effekte der Kurzarbeit. Als erstes ist das *effektive* Arbeitsvolumen zu berechnen, welches unter Kurzarbeit eingetragenen Erwerbspersonen,  $KAE_t$ , mit einbezieht:

---

<sup>25</sup> Bis zu diesem Schritt hat die Wahl von  $\alpha$  keinen Einfluss auf das Ergebnis. Der Parameter  $\alpha$  wird erst entschei-

$$Arb.Volumen_{KAE,t} = (Pop_t * Prate_t * (1 - ELQ_t) - KAE_t) * \emptyset Arb.stunden_t$$

$$Arb.Volumen_t = Pop_t * Prate_t * (1 - ELQ_t) * \emptyset Arb.stunden_t$$

Somit gilt  $Arb.Volumen_{KAE,t} = Arb.Volumen_t - KAE_t * \emptyset Arb.stunden_t$ . Bei der Schätzung der totalen Faktorproduktivität wird nun das Arbeitsvolumen  $Arb.Volumen_{KAE,t}$  verwendet:

$$tfp_{KAE,t} = \log(BIP_t) - \alpha * \log(Arb.Volumen_{KAE,t}) - (1 - \alpha) * \log(K_t)$$

Damit wird der Einbruch des BIPs während der Corona-Krise nicht einem Produktivitätseinbruch angelastet, sondern grösstenteils durch das beschränkte (effektive) Arbeitsvolumen erklärt. Um das BIP-Trend (oder Potentialoutput) unter Berücksichtigung der Kurzarbeit zu berechnen, wird nun die *effektive* totale Faktorproduktivität,  $tfp_{KAE,t}$ , mit dem **nicht um KAE korrigierten** Arbeitsvolumen,  $Arb.Volumen_t$ , verrechnet, da dieses noch immer das Potential des Arbeitsvolumens darstellt:

$$\begin{aligned} \log(BIP\_Trend_{KAE,t}) \\ = mhp(tfp_{KAE,t}) + \alpha * mhp(\log(Arb.Volumen_t)) + (1 - \alpha) * mhp(\log(K_t)) \end{aligned}$$

---

dend, wenn die Bestandteile der Cobb-Douglas Produktionsfunktion mit «adjustierten» Inputreihen wieder aggregiert werden.

# Annexe IV : PF Simple

## 1. Grundkonzept

Der MHP/HP-Filter ist linear:

$$mhp(\alpha * x_t + \beta * y_t) = \alpha * mhp(x_t) + \beta * mhp(y_t)$$

Die Notation  $mhp(x_t)$  bezeichnet die Anwendung des MHP-Filters auf die Variable  $x$  über den Zeitraum  $t - window + 1$  bis  $t$ , wobei  $window$  entweder auf 24 gesetzt wird (analog zur aktuellen Spezifikation des MHP-Filters) oder aber ein *growing - window* gewählt wird, das stets bei  $t = 1980$  beginnt und am aktuellen Rand wächst.

Die Cobb-Douglas Produktionsfunktion ist logarithmiert linear. Damit kann das BIP also in die Bestandteile dieser Produktionsfunktion zerlegt, der MHP/HP-Filter auf diese Bestandteile angewendet und deren Trend-Komponente errechnet werden. Hernach können die Trend-Komponenten dieser Bestandteile gemäss der Cobb-Douglas Produktionsfunktion wieder aufsummiert werden um das aggregierte BIP-Trend zu erhalten, welches der exakt der direkten Anwendung des MHP/HP-Filters auf das BIP entspricht.

Die Zerlegung des MHP/HP-Filters in die Bestandteile einer Cobb-Douglas Produktionsfunktion hat drei Vorteile:

1. Die Konjunkturereagibilität kann erhöht werden, indem der Arbeitsmarkt detailliert modelliert und in die Methode integriert wird. Dies erfolgt einerseits durch die Berücksichtigung der Erwerbslosenquote und andererseits durch die Modellierung des ökonomisch-theoretischen Zusammenhangs der Phillips-Kurve über die NAWRU (Non-Accelerating Wage Rate of Unemployment).
2. Die Kurzarbeit kann berücksichtigt werden.
3. Der MHP/HP-Filter gewährleistet eine Symmetrie auf allen restlichen Bestandteile der Cobb-Douglas Produktionsfunktion. Dies bedeutet, dass der Ursprung allfälliger Asymmetrien relativ genau ausgemacht werden kann und diese somit auch kompensiert werden könnten.

## 2. Herleitung

Wir starten mit der gleichen Produktionsfunktion wie sie in der EK-Methode und klassischen Produktionsfunktion (SECO) verwendet wird:

$$BIP_t = TFP_t * Arb.Volumen_t^\alpha * K_t^{(1-\alpha)}$$

$TFP_t$  bezeichnet die totale Faktorproduktivität (und wird als Solow-Residuum errechnet),  $Arb.Volumen_t$  bezeichnet das aggregierte Arbeitsvolumen eines Jahres (Flow-Variable) und  $K_t$  das Kapital (Stock-Variable), jeweils zum Zeitpunkt  $t$ . Die Cobb-Douglas Produktionsfunktion basiert auf einer Substitutionselastizität zwischen Arbeitsvolumen und Kapital von 1. Deswegen stellen  $\alpha$  und  $1 - \alpha$  nicht nur die Output-Elastizitäten, sondern auch die Anteile am Gesamteinkommen der jeweiligen Produktionsfaktoren dar, d.h. Arbeitseinkommen =  $\alpha * BIP_t$  und Kapitaleinkommen =  $(1 - \alpha) * BIP_t$ .<sup>26</sup> Wie bei der EK-Methode nehmen  $\alpha = 0.65$  an.

---

<sup>26</sup> Der Parameter  $\alpha$  könnte demnach aus dem Quotienten der totalen Lohnsumme und dem nominalen BIP geschätzt werden.



Durch das Logarithmieren der Produktionsfunktion erhalten wir

$$\log(BIP_t) = \log(TFP_t) + \alpha * \log(Arb.Volumen_t) + (1 - \alpha) * \log(K_t)$$

Mit dieser linearen Gleichung kann nun die Linearität des MHP/HP-Filters ausgenutzt werden wonach folgende Äquivalenz gilt:

$$mhp(\log(BIP_t)) = mhp(\log(TFP_t)) + \alpha * mhp(\log(Arb.Volumen_t)) + (1 - \alpha) * mhp(\log(K_t)) = \log(BIP\_Trend_t)$$

Anstatt den MHP/HP-Filter auf die einzelnen Bestandteile anzuwenden, können die einzelnen Bestandteile auch anders modelliert werden. Insbesondere der Arbeitsmarkt (also hier das Arbeitsvolumen) spielt für die Entwicklung der Konjunktur eine entscheidende Rolle. Ausschlaggebend für den Zustand des Arbeitsmarktes ist die Erwerbslosenquote.

## 2.1 Potential des Arbeitsvolumens

### 2.1.1 Erwerbslosenquote und NAWRU

Das Potential des Arbeitsvolumens wird über das Konzept der NAWRU und der Anwendung des MHP/HP-Filters eruiert.

Die NAWRU beschreibt die Erwerbslosenquote, welche eine konstanten Lohninflation bewirkt. Das ökonomisch-theoretische Konstrukt dahinter besteht in der Phillips-Kurve, welche einen Zusammenhang zwischen Preis- oder Lohninflation zu der Arbeitslosenquote beschreibt. Eine steigende (sinkende) Lohninflation geht demnach mit einer Überhitzung (Unterkühlung) auf dem Arbeitsmarkt einher, wonach die Erwerbslosenquote eher kleiner (grösser) ist als die NAWRU. Deshalb kann aus der Veränderung der Lohninflation zusätzliche Information bezüglich der Abweichung der Erwerbslosenquote von der NAWRU gewonnen werden.

Anhand eines State-Space Modells wird die NAWRU geschätzt. Dieses State-Space Modell wird auch in der klassischen Produktionsfunktion (SECO) für die Schätzung der NAWRU verwendet. Die Beobachtungsgleichung ist

$$D.Lohninfl._t = \gamma(ELQ_t - NAWRU_t) + e_{1,t}$$

$D.Lohninfl._t$  bezeichnet die Veränderung der Lohninflation zum Zeitpunkt  $t$  und  $e_{1,t}$  einen Schock-Term, wobei  $e_{1,t} \sim N(0, \exp(\varepsilon_1))$ . Der Parameter  $\gamma$  wird geschätzt und beschreibt den Einfluss des Arbeitsmarktzustands auf die Lohninflation. Zu erwarten ist ein negativer Schätzwert.

Die State-Gleichungen bestehen aus

$$NAWRU_t = NAWRU_{t-1} + D.NAWRU_{t-1}$$

$$D.NAWRU_t = D.NAWRU_{t-1} + e_{2,t}$$

$D.NAWRU_t$  steht für die Veränderung der Veränderung der NAWRU und wird als Random Walk modelliert mit einem Schock-Term  $e_{2,t}$ , wobei  $e_{2,t} \sim N(0, \exp(\varepsilon_2))$ .

Die drei Parameter  $\gamma, \varepsilon_{21}, \varepsilon_2$  werden durch eine Maximum-Likelihood-Funktion geschätzt.

### 2.1.2 Aggregation zum Potential des Arbeitsvolumens

Das Arbeitsvolumen wird folgendermassen errechnet:

$$Arb.Volumen_t = Pop_t * Prate_t * (1 - ELQ_t) * \emptyset Arb.stunden_t$$

Das Arbeitsvolumen besteht aus der Bevölkerung im erwerbsfähigem Alter über 15 Jahre,  $Pop_t$ , multipliziert mit der Partizipationsrate,  $Prate_t$ , dem Residuum von Eins und der Erwerbslosenquote,  $1 - ELQ_t$ , was soweit der erwerbstätigen Bevölkerung in Vollzeitäquivalenten (VZA) entspricht und den durchschnittlichen jährlichen Arbeitsstunden pro VZA,  $\emptyset Arb. stunden_t$ .

Das Potential des Arbeitsvolumens wird nun getreu dem Grundkonzept mit dem MHP/HP-Filter eruiert unter Berücksichtigung des Arbeitsmarktes durch die NAWRU:

$$\log(\text{Potential Arb. Volumen}_t) = mhp(\log(Pop_t * Prate_t * \emptyset Arb. stunden_t)) + \log(1 - NAWRU_t)$$

## 2.2 Potential der totalen Faktorproduktivität und des Kapitals

### 2.2.1 Potential der totalen Faktorproduktivität

Die (logarithmierte) totale Faktorproduktivität wird nun als Residuum der Produktionsfunktion geschätzt (Solow-Residual).

$$\log(TFP_t) = \log(BIP_t) - \alpha * \log(\text{Arb. Volumen}_t) - (1 - \alpha) * \log(K_t)$$

Das Potential der totalen Faktorproduktivität wird durch den MHP/HP-Filter errechnet.

$$\log(\text{Potential TFP}_t) = mhp(\log(TFP_t))$$

### 2.2.2 Potential des Kapitals

Das Kapital wird aus dem nichtfinanziellen Kapitalstock,  $NFKS_t$ , und Kapazitätsauslastung in der Industrie,  $cu_t$ , errechnet:

$$K_t = cu_t * NFKS_t$$

Analog zur totalen Faktorproduktivität wird durch den MHP/HP-Filter das Potential des Kapitals errechnet, d.h.

$$\log(\text{Potential } K_t) = mhp(\log(K_t))$$

## 2.3 Produktionspotential

Das Produktionspotential kann nun anhand der Cobb-Douglas Produktionsfunktion aus den jeweiligen Potentiale der Bestandteile aggregiert werden:

$$\log(\text{Potential BIP}_t) = \log(\text{Potential TFP}_t) + \alpha * \log(\text{Potential Arb. Volumen}_t) + (1 - \alpha) * \log(\text{Potential } K_t)$$

Wenn *keine* Kurzarbeit in die Methode integriert wird, ist der Term,  $\log(1 - NAWRU_t)$ , der den Arbeitsmarkt in die Methode einschliesst, der einzig mögliche Ursprung von eventuellen Asymmetrien. Unter derselben Annahme ist dieser Term die einzige Abweichung zu einem über den MHP/HP-Filter eruierten Produktionspotential, wie in der folgenden Gleichung ersichtlich:

$$\begin{aligned} \log(\text{Potential BIP}_t) &= mhp(\log(TFP_t)) + \alpha * mhp(\log(Pop_t * Prate_t * \emptyset Arb. stunden_t)) + \log(1 - NAWRU_t) + (1 - \alpha) \\ &\quad * mhp(\log(K_t)) \end{aligned}$$

## 2.4 Kurzarbeit

Die Dekomposition erlaubt auch die Rücksichtnahme auf Effekte der Kurzarbeit. Als erstes ist das *effektive* Arbeitsvolumen zu berechnen, welches unter Kurzarbeit eingetragenen Erwerbspersonen,  $KAE_t$ , mit einbezieht:

$$Arb.Volumen_{KAE,t} = (Pop_t * Prate_t * (1 - ELQ_t) - KAE_t) * \emptyset Arb.stunden_t$$

$$Arb.Volumen_t = Pop_t * Prate_t * (1 - ELQ_t) * \emptyset Arb.stunden_t$$

Somit gilt  $Arb.Volumen_{KAE,t} = Arb.Volumen_t - KAE_t * \emptyset Arb.stunden_t$ . Bei der Schätzung der totalen Faktorproduktivität wird nun das Arbeitsvolumen  $Arb.Volumen_{KAE,t}$  verwendet:

$$\log(TFP_{KAE,t}) = \log(BIP_t) - \alpha * \log(Arb.Volumen_{KAE,t}) - (1 - \alpha) * \log(K_t)$$

Damit wird der Einbruch des BIPs während der Corona-Krise nicht einem Produktivitätseinbruch angelastet, sondern grösstenteils durch das beschränkte (effektive) Arbeitsvolumen erklärt. Um das Produktionspotential unter Berücksichtigung der Kurzarbeit zu berechnen, wird nun das Potential der *effektiven* totalen Faktorproduktivität,  $mhp(\log(TFP_{KAE,t}))$ , mit dem **nicht um KAE korrigierten** Potential des Arbeitsvolumens,  $\log(Potential Arb.Volumen_t)$ , verrechnet, da dieses noch immer das Potential des Arbeitsvolumens darstellt:

$$\begin{aligned} \log(Potential BIP_{KAE,t}) \\ = mhp(\log(TFP_{KAE,t})) + \alpha * mhp(\log(Pop_t * Prate_t * \emptyset Arb.stunden_t)) + \log(1 - NAWRU_t) + (1 - \alpha) * mhp(\log(K_t)) \end{aligned}$$

### 3 Anmerkungen

Es wird ersichtlich, dass Erwerbstätige auf Kurzarbeit und Erwerbslose grundlegend anders behandelt werden. Das erklärte Ziel der Kurzarbeit ist die Beschäftigung und somit die Angebotsstruktur (das Potential des Arbeitsvolumens) zu erhalten. Erwerbstätige auf Kurzarbeit verbleiben in einer bestehenden Beschäftigungsstruktur. Für Erwerbslose ist dies nicht der Fall. Diesem Umstand können verschiedene weitere hinzugefügt werden, welche einer Vermischung von Erwerbslose und Erwerbstätige auf Kurzarbeit entgegentreten.

Auch ist zu beachten, dass der Einbezug von Kurzarbeit klar asymmetrisch wirkt. Dies ist jedoch in genau gleicher Weise bei der EK-Methode und der klassischen Produktionsfunktion der Fall.

## Annexe V : Adjustierungen der Inputvariablen und Berechnungen zu Zeiten von Corona

Das Arbeitsvolumen, welches in den Produktionsfunktionsansätzen Eingang in die Cobb-Douglas-Produktionsfunktion findet, wird wie folgt berechnet:

$$\text{Arbeitsvolumen}_t = \text{Pop}_t * \text{Prate}_t * (1 - \text{ELQ}_t) * \emptyset \text{Arb. stunden}_t$$

Die *Erwerbsbevölkerung* ist folglich  $\text{Erw. Bev.}_t = \text{Pop}_t * \text{Prate}_t$  und die Anzahl der *Erwerbstätigen*  $\text{Erw. Tätige}_t = \text{Erw. Bev.}_t * (1 - \text{ELQ}_t)$ .<sup>27</sup>

Während der Corona-Krise stieg die Anzahl Kurzarbeitsentschädigung beziehender Personen stark an. Gleichzeitig brach das BIP ein. Für die Schätzung der Arbeitsproduktivität (oder auch totale Faktorproduktivität) wird das Residuum einer Regression des BIP auf die Faktoren Arbeitsvolumen und Kapital herangezogen. Bricht das BIP ein und die Zahl der Erwerbstätigen wird *nicht* korrigiert, so schätzt die Regression einen starken Einbruch der Arbeitsproduktivität. Deshalb wird die Zahl der Erwerbstätigen folgendermassen korrigiert:

$$\text{Erw. Tätige}_{\text{korrigiert}_t} = \text{Erw. Bev.}_t * (1 - \text{ELQ}_t) - \text{Kurzarbeitbeziehende}_t$$

Mit dieser korrigierten Zahl der Erwerbstätigen kann ein korrigiertes Arbeitsvolumen errechnet werden. Damit wird nun eine Arbeitsproduktivität geschätzt, welche den Einbruch des BIP auf das eingebrochene Arbeitsvolumen und den Kapitalstock regressiert. Als Folge wird der Einbruch des BIP nicht der Arbeitsproduktivität zugeschrieben, sondern durch das verringerte Arbeitsvolumen erklärt. Somit kann das Produktionspotenzial mit dieser nicht vom BIP-Einbruch tangierten Arbeitsproduktivität – nachdem ein Filter-Verfahren wie der HP-Filter, eine lineare Approximation durch Time-Trends wie in der klassischen Produktionsfunktion oder ein State-Space-Modell wie in der EK-Methode appliziert wurde – aggregiert werden.

---

<sup>27</sup> Jeweils in Vollzeitäquivalente.

## Annexe VI : Module de symétrisation

Nous avons développé un module de symétrisation qui permet de rendre n'importe quelle méthode aussi symétrique que MHP (100) sur le très long terme. L'idée générale est d'ajouter au PIB trend un terme tel que l'écart de PIB trend existant une année donnée entre la méthode à symétriser et MHP (100) soit compensé durant les 20 années suivantes. Ce module de symétrisation n'est certes guère qu'un rattrapage, mais assure la symétrie à terme si on le souhaite. Reste à juger dans chaque cas spécifique si l'augmentation de symétrie qu'apporte le module de symétrisation justifie l'augmentation de complexité. Nous considérons deux variantes : i) symétrisation complète, ii) symétrisation incomplète. La symétrisation complète présente non seulement l'avantage d'atteindre complètement l'objectif de symétrisation, mais aussi de ne pas impliquer de choix discrétionnaires : le module est constamment « allumé » et sera automatiquement plus ou moins actif selon la mesure dans laquelle la méthode à symétriser diffère de la méthode de référence (ici MHP (100)). Le PIB trend selon MHP (100) reste toutefois relativement stable l'année d'un choc, de sorte que même lors d'un grand choc négatif le plafond des dépenses reste suffisamment stable pour éviter que la politique budgétaire devienne trop procyclique. L'augmentation des dépenses que permet la méthode à symétriser (pour fixer les idées disons  $PFmhpKAE$ ) n'est alors pas nécessaire, mais sera comptabilisée et devra être symétrisée. Une façon d'éviter cela est que le module de symétrisation ne symétrise pas le gap supplémentaire accordé l'année du choc par  $PFmhpKAE$ , mais symétrise uniquement les gaps que ce choc induit ultérieurement. Ceci complexifie toutefois encore le système, impliquant peut-être un choix discrétionnaire sur les chocs à symétriser (nous n'avons pas étudié la possibilité d'automatiser ce choix).

### Module de symétrisation symétrisant complètement

Prenons par exemple MHP (100) comme référence en matière de symétrie. Soit M une méthode qui présente d'importants avantages par rapport à MHP (100), mais souffre d'un tel problème de symétrie qu'elle n'est envisageable que si ce problème est maîtrisé. Il suffit alors de compenser les différences de plafond des dépenses entre M et MHP (100) en une période donnée, par exemple 20 ans. Supposons que les recettes de la Confédération sont proportionnelles au PIB. Le plafond des dépenses est alors proportionnel au PIB trend. Soit  $PIB_{trend, M_t}$  le PIB trend au temps t selon M et  $PIB_{trend, MHP100_t}$  celui selon la méthode actuelle. La symétrisation de M consiste à soustraire la moyenne de ces écarts des 20 dernières années :  $PIB_{trend, Msym_t} = PIB_{trend, M_t} - \frac{1}{20} \sum_{j=1}^{T_t} [PIB_{trend, M_{t-j}} - PIB_{trend, MHP100_{t-j}}]$  où  $T_t = \min(20, t - t_0)$  où  $t_0$  est la date d'introduction de la méthode M.  $T_t$  est égal à 20, sauf les 20 premières années après l'introduction de la méthode M.<sup>28</sup> Une autre période que 20 ans pourrait être utilisée. Elle doit être assez longue pour que la contribution du module de symétrisation varie peu au cours du temps de sorte à ne guère introduire de volatilité dans l'évolution du

<sup>28</sup> On obtient alors que  $\sum_{t=t_0}^{\infty} PIB_{trend, Msym_t} = \sum_{t=t_0}^{\infty} PIB_{trend, M_t} - \sum_{t=t_0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{20} \sum_{j=1}^{T_t} [PIB_{trend, M_{t-j}} - PIB_{trend, MHP100_{t-j}}] \right\} = \sum_{t=t_0}^{\infty} PIB_{trend, M_t} - \sum_{t=t_0}^{\infty} (PIB_{trend, M_t} - PIB_{trend, MHP100_t}) = \sum_{t=t_0}^{\infty} PIB_{trend, MHP100_t}$ . Ceci implique que la somme des output gaps selon Msym tend vers la même valeur qu'avec MHP (100). Msym sera donc à terme aussi symétrique que MHP (100). Pour montrer que  $\sum_{t=t_0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{20} \sum_{j=1}^{T_t} [PIB_{trend, M_{t-j}} - PIB_{trend, MHP100_{t-j}}] \right\} = \sum_{t=t_0}^{\infty} (PIB_{trend, M_t} - PIB_{trend, MHP100_t})$ , notons d'abord  $\Delta_t \equiv PIB_{trend, M_t} - PIB_{trend, MHP100_t}$ . Il s'agit de montrer que  $\sum_{t=t_0}^{\infty} \left( \frac{1}{20} \sum_{j=1}^{T_t} \Delta_{t-j} \right) = \sum_{t=t_0}^{\infty} \Delta_t$ . Pour cela, il suffit d'indexer sur un axe horizontal les différents  $\Delta_k$  de  $\Delta_{t_0}$  à  $\Delta_{\infty}$  et sur un axe vertical les temps t. Dessinez un point à chaque  $\langle k, t \rangle$  où le module de symétrisation en t utilise  $\Delta_k$ . La somme des  $\Delta$  pour un t donné est  $\sum_{j=1}^{T_t} \Delta_{t-j}$ . En sommant ce résultat sur tous les t à partir de  $t_0$  on obtient  $\sum_{t=t_0}^{\infty} \left( \sum_{j=1}^{T_t} \Delta_{t-j} \right)$ . Si par contre on commence par sommer les  $\Delta$  pour un k donné, on s'aperçoit qu'il y en a toujours 20. On obtient donc  $20\Delta_k$ . En sommant sur les k, on obtient  $20 \sum_{k=t_0}^{\infty} \Delta_k$ . On a donc  $\sum_{t=t_0}^{\infty} \left( \sum_{j=1}^{T_t} \Delta_{t-j} \right) = 20 \sum_{k=t_0}^{\infty} \Delta_k$ . Divisez cette équation par 20.

PIB trend et à peu modifier l'allure de la courbe du coefficient  $k$ . Auch kann eine zeitabhängige Gewichtung der Symmetrisierung angewendet werden (in der Formel oben wurde Einfachheit halber eine uniforme Gewichtung gewählt). Mais cette période doit être assez courte pour que les déficits soient compensés en un temps raisonnable. Comme la symétrisation prend du temps, il est préférable de choisir d'emblée une méthode symétrique. Mais si d'autres critères exigent de choisir une méthode qui s'éloigne exagérément de la symétrie, la symétrisation peut constituer un second best.

### Module de symétrisation symétrisant incomplètement

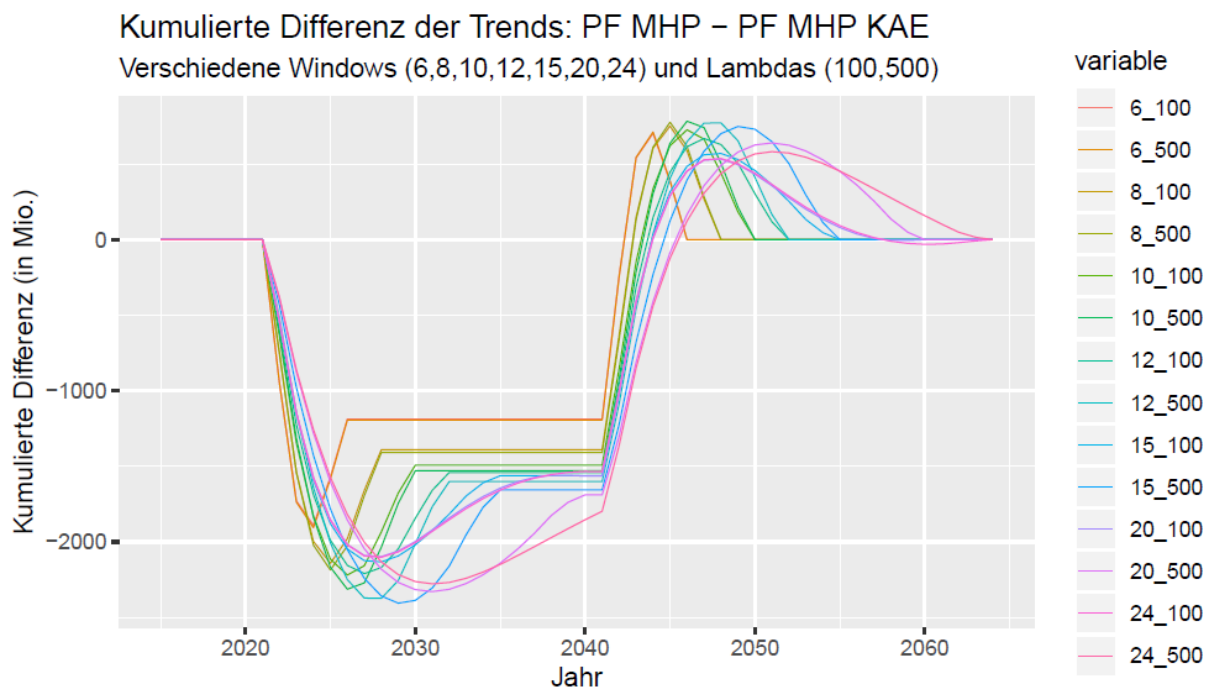
Tel que présenté ci-dessus, le module de symétrisation opère une symétrisation totale. Plus exactement : appliqué à une méthode  $M$ , le module de symétrisation conduit à ce que la somme des output gaps de  $M$  symétrisé converge à long terme vers celle de MHP (100). L'expérience du Covid-19 montre toutefois que, même pour un choc important, MHP (100) conduit à un plafond des dépenses suffisamment élevé l'année même du choc (si les dépenses exceptionnelles induites par le choc sont gérées par la procédure extraordinaire). L'augmentation du plafond des dépenses que permet  $PFmhpKAE$  n'est alors pas nécessaire. Même si elle n'est pas utilisée, cette marge de manœuvre supplémentaire accordée par  $PFmhpKAE$  sera aussi compensée par le module de symétrisation. Ceci est conforme à la logique du frein à l'endettement puisque si les dépenses en 2020 sont plus basses que le plafond selon  $PFmhpKAE$ , alors la différence est créditée au compte de compensation. Vu ses modalités asymétriques,<sup>29</sup> le compte de compensation tend toutefois à présenter un solde toujours très positif, de sorte que la somme créditée diminue la dette, vraisemblablement sans jamais permettre ultérieurement un dépassement accru du plafond des dépenses. Sauf à symétriser le fonctionnement du compte de compensation, il peut sembler peu judicieux que le module de compensation compense une autorisation de déficit l'année du choc qui ne sera vraisemblablement pas utilisée. C'est pourquoi dans l'exemple ci-dessous de  $PFmhpKAE$  et du choc du Covid-19 nous n'appliquons le module de compensation qu'une année après le choc, à partir de 2021. Bien sûr, décider s'il y a un choc ou pas est discrétionnaire : à partir de quand dit-on qu'il y a un choc suffisamment important pour que le module de symétrisation doive être décalé d'un an (on ne peut pas décaler constamment d'un an l'écart entre le PIB trend du filtre à symétriser et celui de MHP (100), car il n'y aurait alors jamais de symétrisation) ? Il peut sembler préférable d'avoir toujours le module de symétrisation actif (bien que la plupart du temps il ne fasse pas grand-chose, comme  $PFmhpKAE$  d'ailleurs).

### $PFmhpKAE$ et le choc du Covid-19

Die Figure 24 im Haupttext zeigt die Differenz der Output-Gaps zwischen  $PFmhp$  und  $PFmhpKAE$  (pour simplifier, la pointe de Kurzarbeit due au Covid-19 est supposée être limitée à 2020). Le module de symétrisation engendre une différence avec  $PFmhpKAE_{sym}$ . Cette différence est égale au montant qui doit encore être compensé, réparti également sur les années qui restent pour effectuer cette compensation (20-6=14 ans, si la fenêtre est de 6 ans). En 2041, soit 20 ans après le choc, le choc lui-même a été compensé, mais il reste des écarts à compenser à cause des différences qui subsistent entre MHP et  $PFmhpKAE$  tant que le choc reste dans leur fenêtre. Le cumul des écarts entre le PIB trend de MHP et celui de  $PFmhpKAE_{sym}$  devient donc nul à partir de  $2021 + \text{taille de la fenêtre} + 20$ , ce qui donne 2047 pour une fenêtre de taille 6 et 2065 pour une fenêtre de taille 24. Ceci illustre le fait que le module de symétrisation prend du temps pour symétriser (alors que c'est un cas plutôt favorable puisque la méthode symétrisée est équivalente à MHP en temps normal). La symétrisation est clairement un second best comparé à l'utilisation d'une méthode intrinsèquement symétrique. Le cumul des écarts est indiqué dans la Figure 29 ci-dessous. In Annexe VII werden zusätzlich verschiedene Gewichtungsschemata für die Symmetrisierung ausprobiert.

<sup>29</sup> Les découverts qu'affiche le compte de compensation doivent être éliminés durant les années suivantes. En revanche, si le compte de compensation présente un excédent, celui-ci est utilisé pour réduire la dette.

**Figure 29 : Cumul des  $PIB_{trend,MHP} - PIB_{trend,PFmhpKAE}$**

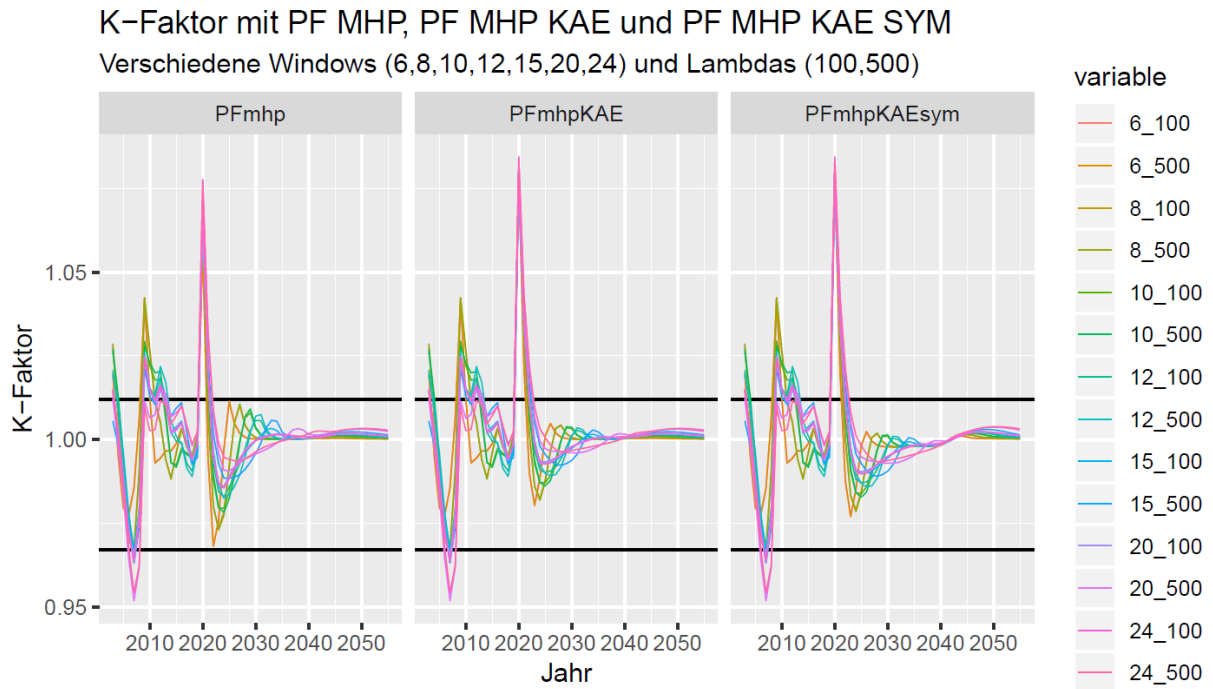
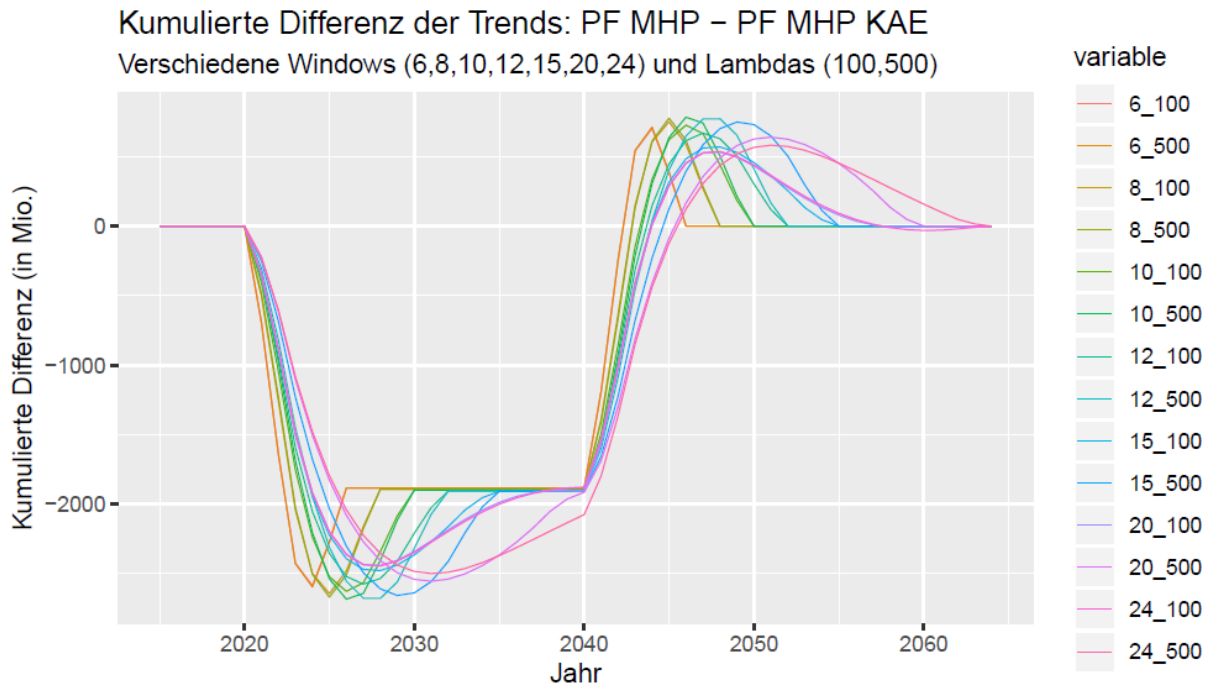


#### Application à $PFmhpKAE$ avec choc du Covid-19 en symétrisation incomplète

Toutes les figures impliquant le module de symétrisation dans le corps du texte (§Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.) correspondent à une application en symétrisation incomplète. La Figure 25 par exemple indique l'évolution du coefficient  $k$  calculé avec MHP,  $PFmhpKAE$  et  $PFmhpKAE_{sym}$ . Le coefficient  $k$  de  $PFmhpKAE$  est un peu plus bas que celui de  $PFmhpKAE_{sym}$ , mais a essentiellement la même forme. Les coefficients  $k$  selon  $PFmhpKAE$  et  $PFmhpKAE_{sym}$  ont leurs extremums en même temps. En ce sens, la symétrisation préserve grosso modo la perception de la conjoncture, non pas en niveau (ce serait impossible puisqu'il s'agit de symétriser), mais concernant le signe des taux de croissance.

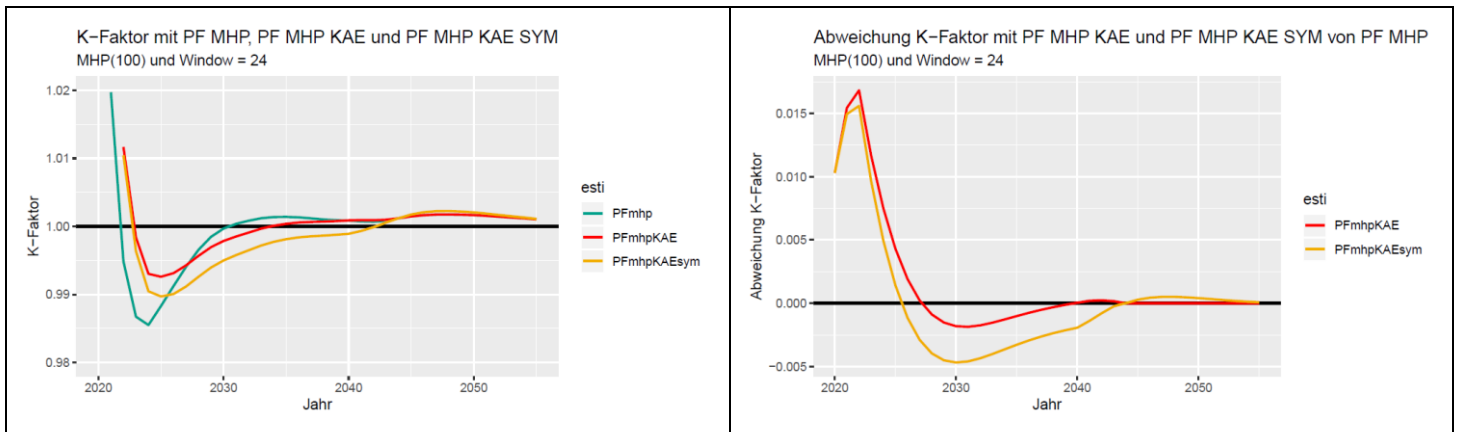
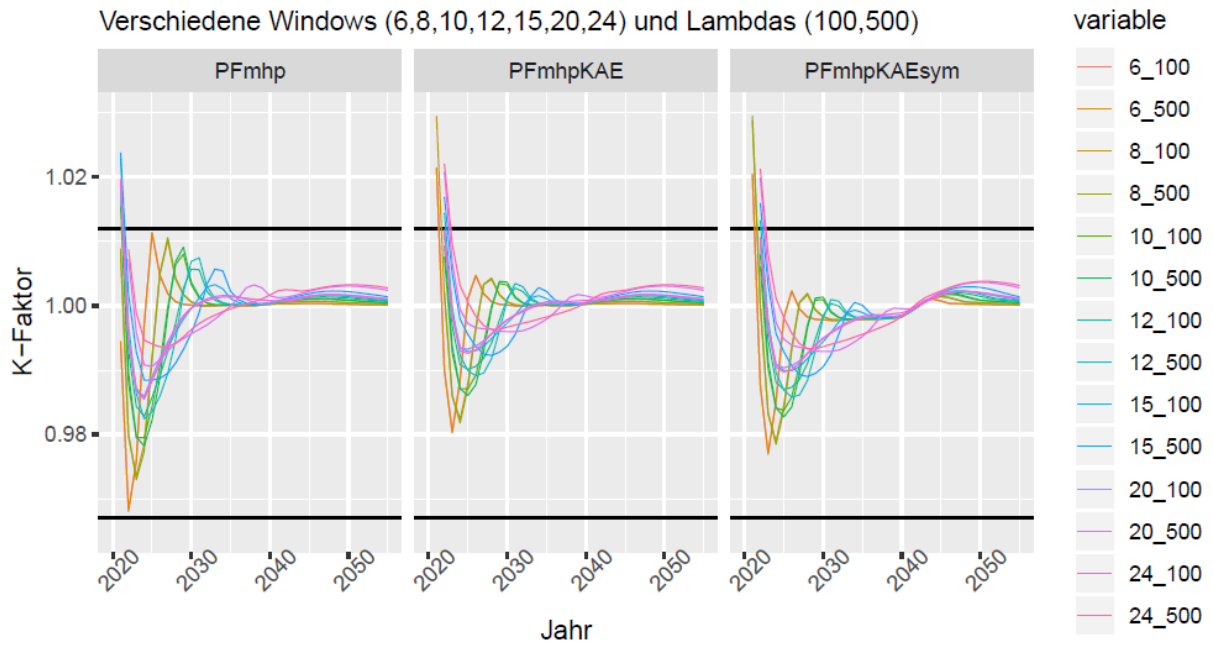
#### Application à $PFmhpKAE$ avec choc du Covid-19 en symétrisation complète

Voici les graphiques correspondant à ceux du corps du texte pour l'utilisation du module de symétrisation avec symétrisation complète. Dies heisst, dass in den folgenden Grafiken das Symmetrisationsmodul direkt ab 2020 einsetzt und nicht wie anhin ab 2021.



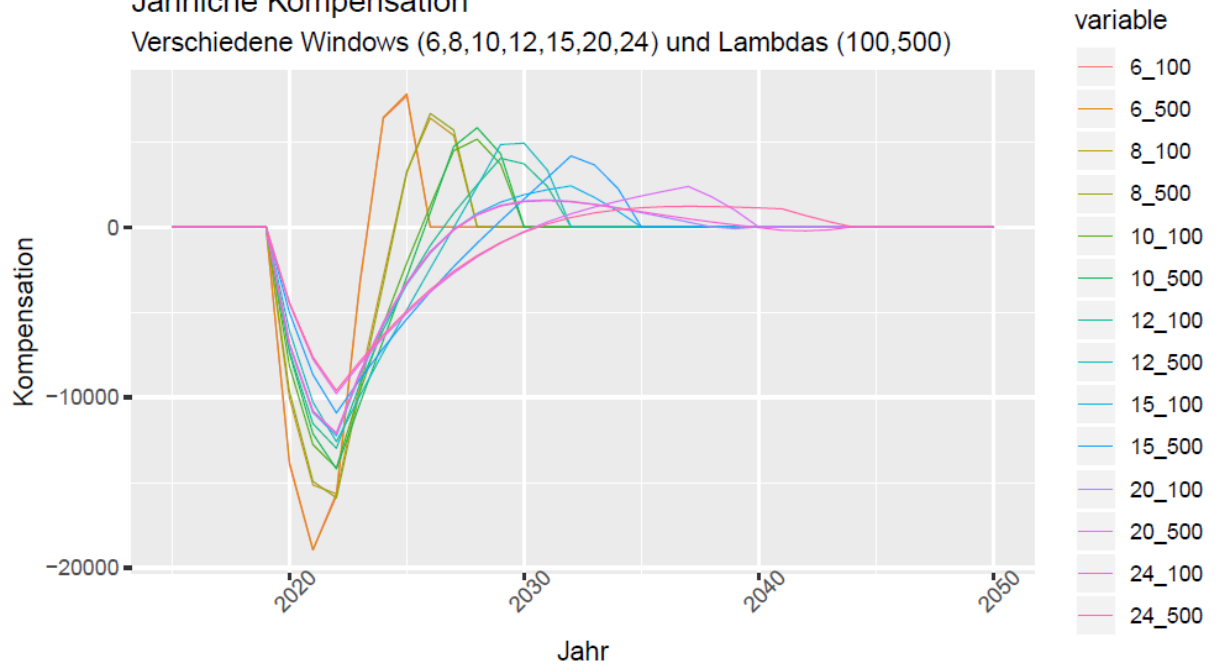


K-Faktor mit PF MHP, PF MHP KAE und PF MHP KAE SYM – Zoom  
 Verschiedene Windows (6,8,10,12,15,20,24) und Lambdas (100,500)



# Jährliche Kompensation

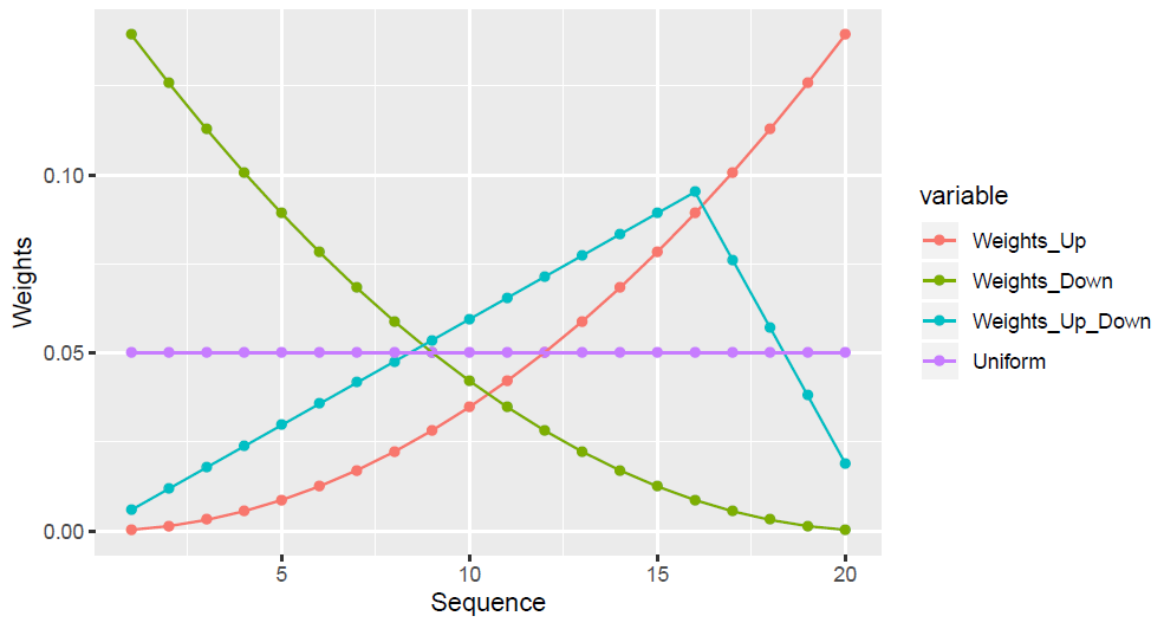
Verschiedene Windows (6,8,10,12,15,20,24) und Lambdas (100,500)



# Annexe VII : Rôle de la pondération dans le module de symétrisation

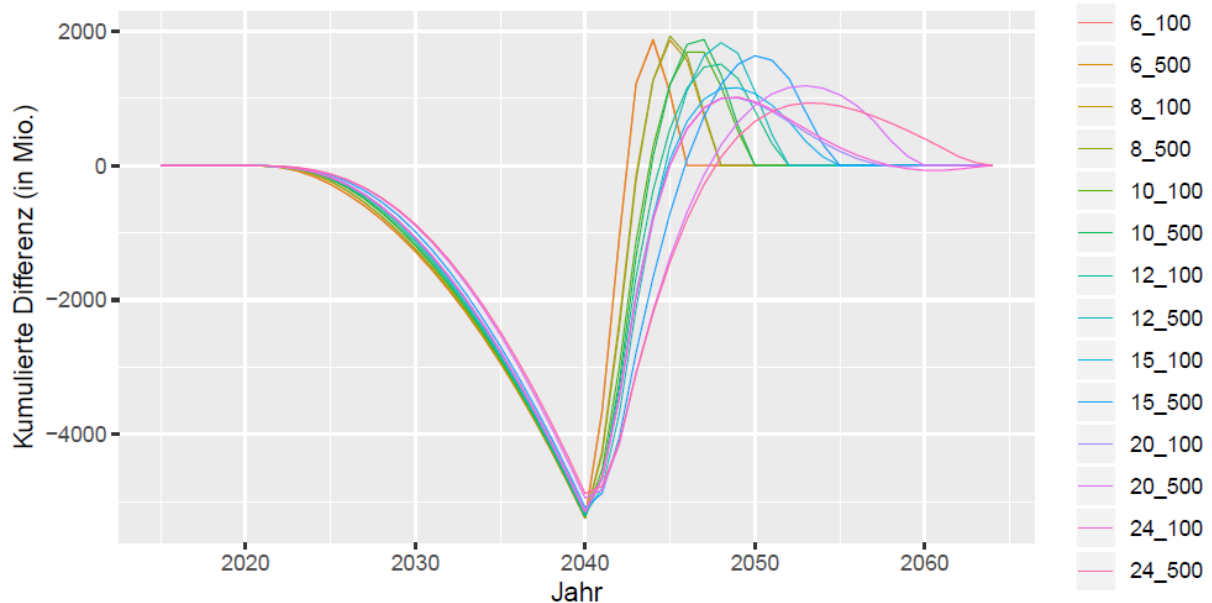
Dans le module de symétrisation, chaque terme  $PIB_{trend}, M_{t-j} - PIB_{trend}, MHP100_{t-j}$  intervient avec le même poids (pondération uniforme). Les figures ci-dessous donnent les résultats en symétrisation complète pour d'autres pondérations. Il ressort que la pondération a un impact important sur les résultats et que les pondérations alternatives étudiées ne semblent pas préférables à la pondération uniforme.

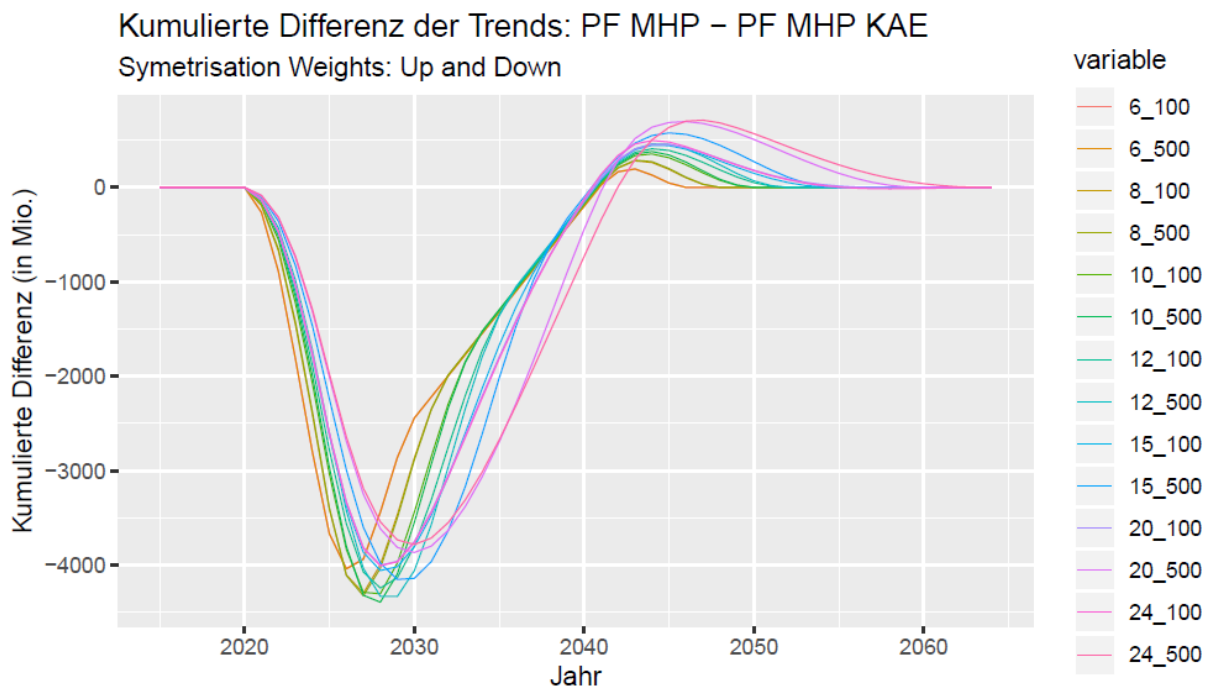
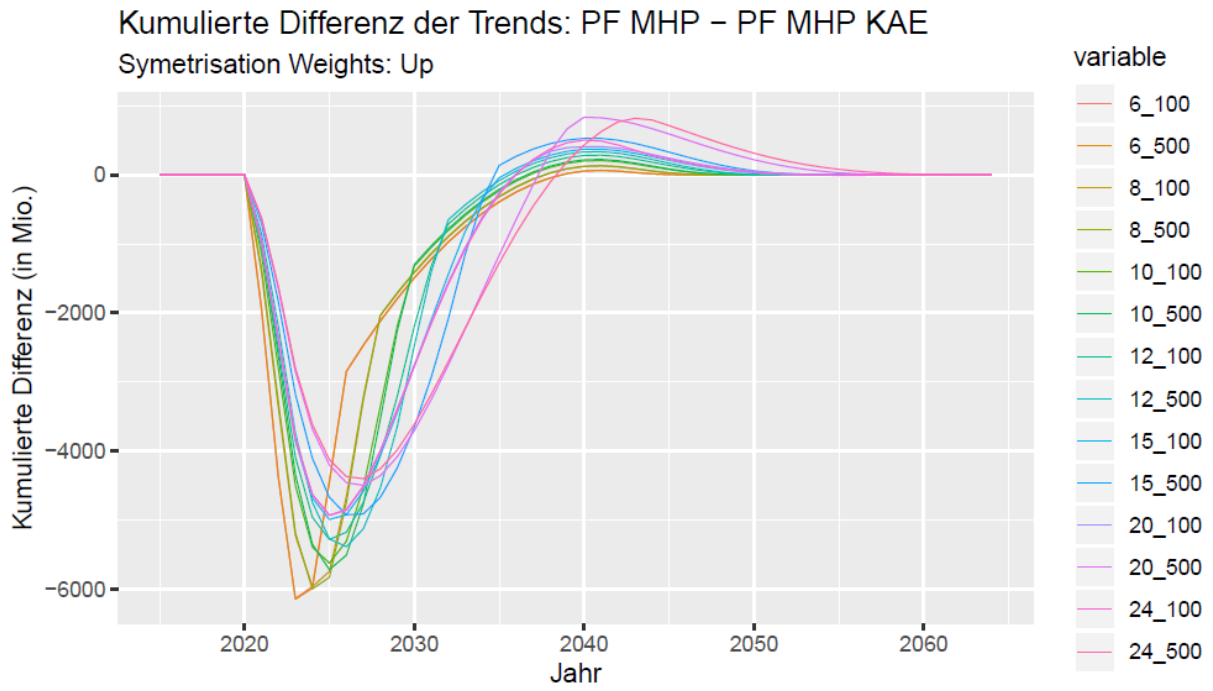
Weights for Symmetrisation-Module



Kumulierte Differenz der Trends: PF MHP – PF MHP KAE

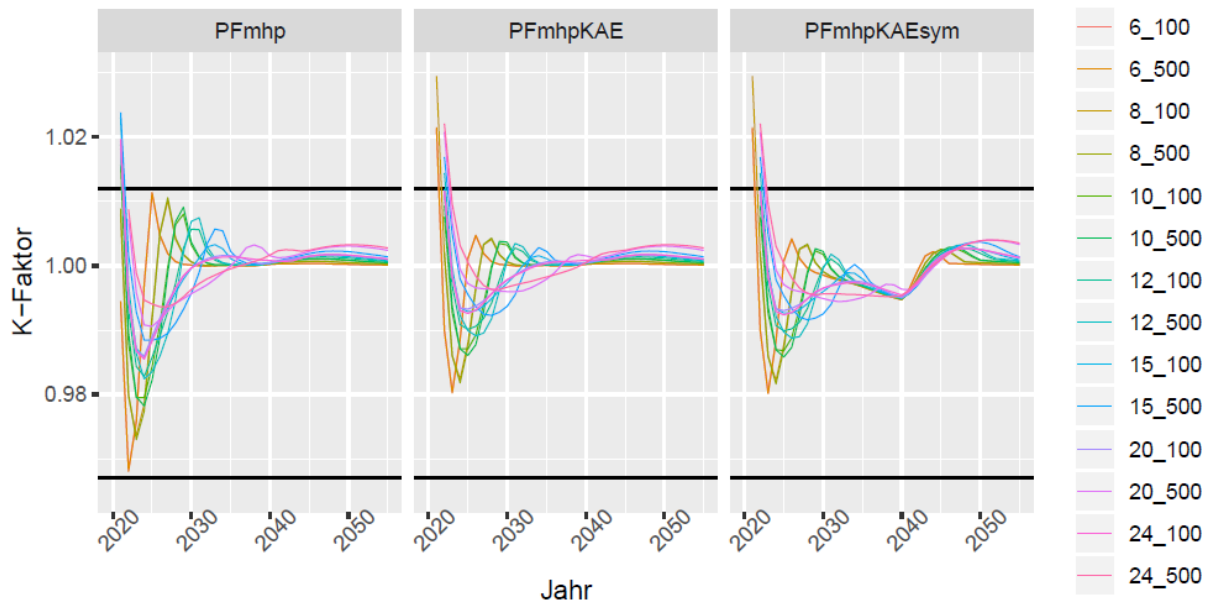
Symetrisation Weights: Down





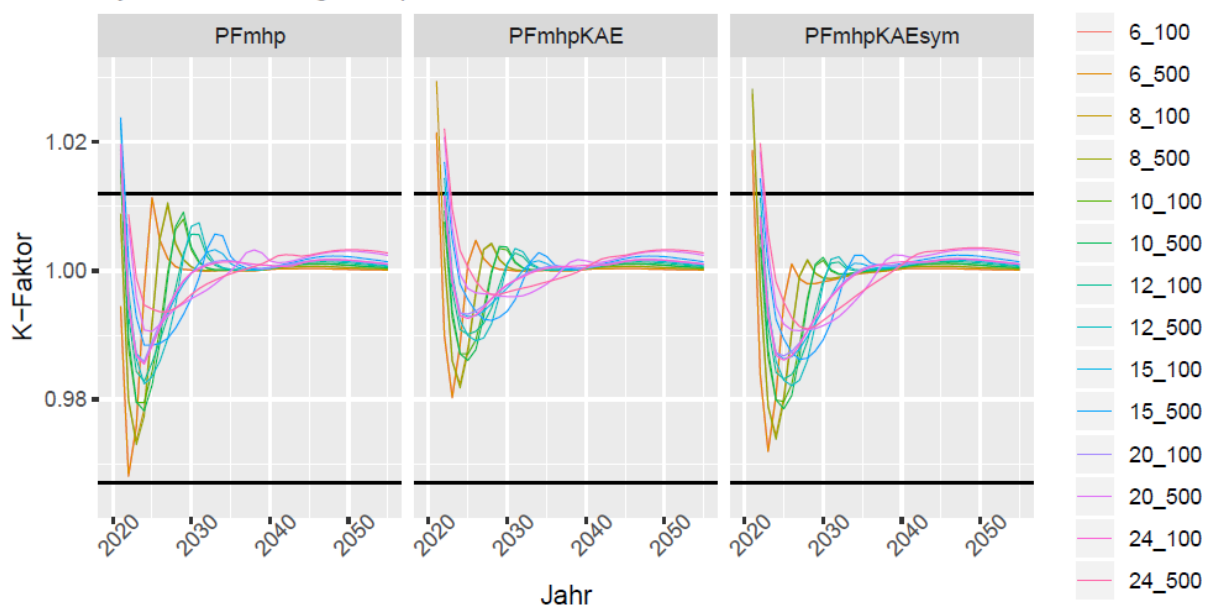
### K-Faktor mit PF MHP, PF MHP KAE und PF MHP KAE SYM – Zoom

Symetrisation Weights: Down



### K-Faktor mit PF MHP, PF MHP KAE und PF MHP KAE SYM – Zoom

Symetrisation Weights: Up



# K-Faktor mit PF MHP, PF MHP KAE und PF MHP KAE SYM – Zoom

Symetrisation Weights: Up and Down



# Annexe VIII : Produktionsfunktionen

Die Klassische Produktionsfunktion und die EK-Methode werden im Folgenden genauer vorgestellt.

## 1. Klassische Produktionsfunktion

Die analysierte klassische Produktionsfunktion basiert weitgehend auf Stalder (2020a). Als Produktionsfunktion wird folgende Cobb-Douglas-Funktion (in logarithmierter Form) angenommen:

$$\log(BIP_t) = const + \alpha(\log(\text{Arbeitsvolumen}_t) + \theta_1 \text{Trend}_{1,t} + \theta_2 \text{Trend}_{2,t} + \theta_3 \text{Trend}_{3,t}) + (1 - \alpha) \log(\text{Kapazitätsauslastung}_t * \text{Kapitalstock}_t) + \text{Residuen}_t$$

Die Schätzung des Produktionspotenzials beinhaltet folgende Schritte:

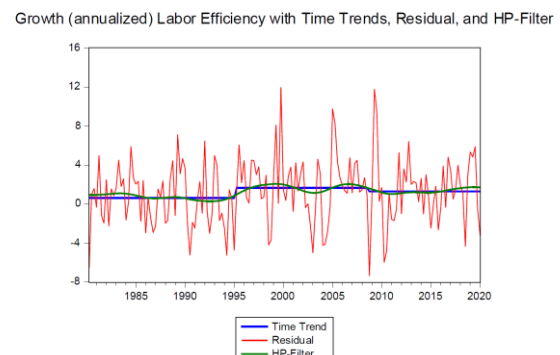
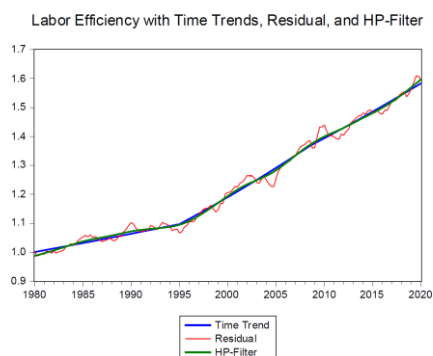
1. Aufbereitung der nötigen Daten für die Berechnung von Arbeitsvolumen, Kapitalstock und Kapazitätsauslastung. Das Arbeitsvolumen in Stunden pro Quartal entspricht der Population (im Erwerbsalter) multipliziert mit der Partizipationsrate (=Erwerbsbevölkerung in VZÄ<sup>30</sup>), multipliziert mit Eins minus die Erwerbslosenquote und der durchschnittliche Arbeitsstunden pro VZÄ pro Quartal:

$$\text{Arbeitsvolumen}_t = \text{Pop}_t * \text{Prate}_t * (1 - \text{ELQ}_t) * \text{Arb.stunden}_t$$

Diese Gleichung ist deshalb wichtig, da das inflationsneutrale Arbeitsvolumen geschätzt werden muss (siehe unten Punkte 3-5), welches wiederum in die Produktionsfunktion einläuft für die Schätzung des Produktionspotentials. Um das inflationsneutrale Arbeitsvolumen schätzen zu können, muss es in seine Komponenten (die rechte Seite der Gleichung) zerlegt werden. Den Komponenten werden ihre Trends einzeln extrahiert, worauf diese zum lohninflationneutrale Arbeitsvolumen aggregiert werden.

2. Regression des realen BIP auf die Produktionsfaktoren Arbeitsvolumen und ausgelasteten Kapitalstock. Dabei werden einerseits die Parameter der Produktionsfunktion bestimmt, andererseits werden die Residuen als Schätzung der totalen Faktorproduktivität (Solow Residual) oder Arbeitsproduktivität angesehen.<sup>31</sup>

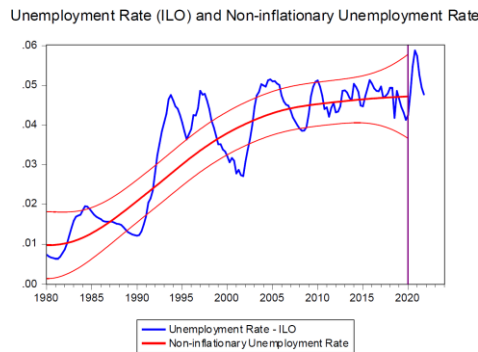
Die Schätzung wird weiter mit Time-Trends der Arbeitsproduktivität komplettiert (in der Produktionsfunktion oben sind drei Time-Trends spezifiziert, analog zur nachfolgenden Schätzung, jedoch könnten auch weitere hinzugefügt werden). Time-Trends in der Arbeitsproduktivität sind meist erst aus historischer Sicht zu verorten, da sie strukturelle Änderungen darstellen.



<sup>30</sup> VZÄ = Vollzeitäquivalent.

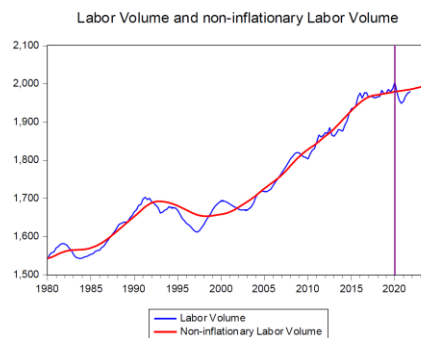
<sup>31</sup> Bei einer Cobb-Douglas Produktionsfunktion sind totale Faktorproduktivität und Arbeitsproduktivität mathematischen identisch modelliert (vgl. Stalder 2020a).

- Anhand eines State-Space-Modells (siehe 4.1.2) wird die NAWRU geschätzt (siehe Grafik – die vertikale Linie bezeichnet das Sample-Ende). Die Veränderung der Lohninflation wird dabei in Bezug zur Abweichung der Erwerblosenquote von der NAWRU gesetzt.



- Die Partizipationsrate und die durchschnittlichen Arbeitsstunden pro Quartal pro VZÄ werden mit dem HP-Filter geglättet ( $\lambda=1600$  für Quartalsdaten).
- Das lohninflationneutrale Arbeitsvolumen kann nun berechnet werden:

$$\begin{aligned} \text{lohninflationneutrales Arbeitsvolumen}_t & \\ &= Pop_t * Prate_{t,HP} * (1 - NAWRU_{t,ss}) * \emptyset Arb. stunden_{t,HP} \end{aligned}$$

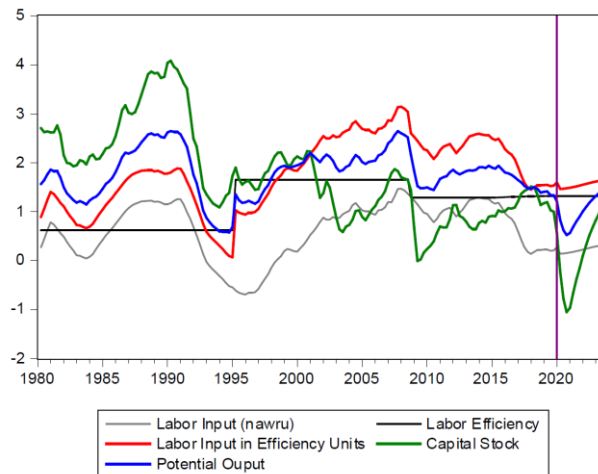


- Das Produktionspotenzial wird nun berechnet indem das lohninflationneutrale Arbeitsvolumen, der Kapitalstock und die durchschnittliche Kapazitätsauslastung in die Cobb-Douglas-Produktionsfunktion eingesetzt wird. Da wir nun alle Parameter der Funktion, alle Time-Trends und alle Inputvariablen geschätzt haben (Kapitalstock wird nicht verändert), können wir zum Produktionspotenzial aggregieren.

Die folgende Grafik zeigt nochmals die Bausteine des Potentialoutputs in annualisierten Wachstumsraten. Die graue Kurve zeigt dabei das Wachstum des lohninflationneutralen Arbeitsvolumens. Die schwarze Linie zeigt die geschätzten Time-Trends der Arbeitsproduktivität (in der Grafik als Labor Efficiency gekennzeichnet). Die rote Kurve resultiert aus der Kombination der beiden, d.h. sie zeigt das mit Arbeitsproduktivität angereicherte Arbeitsvolumen. Es ist nun ersichtlich, dass die Veränderungen der Wachstumsraten des Potentialoutputs massgeblich von Veränderungen der Time-Trends beeinflusst werden. Dies bedeutet, dass die Einführung neuer oder die Veränderung alter Time-Trends die Schätzung am aktuellen Rand beeinflussen könnte.



Potential Growth and Determinants (q/q ann.)



Bei der rekursiven Schätzung der klassischen Produktionsfunktion sind insbesondere die Time-Trends problematisch. Erstens ist nicht klar, wann die Time-Trends eingefügt worden wären, d.h. wann die Person welche die Schätzung anfertigt einen Strukturbruch in der Arbeitsproduktivität feststellt und für genug signifikant hält; zweitens bei welchem genauen Quartal diese eingefügt werden sollten; drittens bei welchen Veränderungen von strukturellen Veränderungen gesprochen wird. In der durchgeführten rekursiven Schätzung, die sich über den zweiten ausgemachten Bruch in der Wachstumsrate der Arbeitsproduktivität hinzieht (2008q4), wird analog zu Stalder (2020a) verfahren. Der Time-Trend wird eingeführt, sobald sein Koeffizient signifikant wird, was 2012q1 der Fall ist. Dieses Verfahren entschärft jedoch nur die erste oben aufgeführte Problematik. Das Problem könnte entschärft werden indem entweder ein Filter über die Arbeitsproduktivität gelegt würde (wie oben in der Grafik der HP-Filter) und diese gefilterte Arbeitsproduktivität anstatt den linearen Time-Trends verwendet werden würde, oder indem ein rollendes Fenster geschätzt würde, wobei die Schätzung den sehr langfristigen Entwicklungen und strukturelle Veränderungen weniger Rechnung tragen müsste.

Dies weist auf die grundlegende Schwierigkeit der rekursiven Berechnung hin, dass die Annahmen welche in der Vergangenheit zur Schätzung getroffen worden wären heute unbekannt sind. Dies impliziert, dass wir wahrscheinlich bei der rekursiven Berechnung eher zu gute Schätzungen erstellen, da wir bereits über Veränderungen (welche, wie oft, wann genau) in den Time-Trends Bescheid wissen.

Die für die Schätzung verwendeten Inputvariablen sind folgend gelistet:

Bezeichnung	Quelle
Jahresarbeitszeit in Stunden pro Vollzeitstelle	BFS, Arbeitsvolumenstatistik
Ständige Wohnbevölkerung ab 15 Jahre	BFS, Bevölkerungsstatistik
Jahresarbeitszeit in Stunden pro Vollzeitstelle	BFS, Arbeitsvolumenstatistik
Erwerbslosenquote	BFS, Erwerbslosenstatistik gemäss ILO
Erwerbsbevölkerung in Vollzeitäquivalenten	Residual bzw. BFS Bevölkerungsszenarien
Partizipationsrate in Vollzeitäquivalenten	Residual bzw. BFS Bevölkerungsszenarien
reales BIP sporteventbereinigt	SECO, BIP Quartalsschätzung

Kapazitätsauslastung in der Industrie (Auslastung der technischen Produktionskapazitäten)	KOF, Konjunkturumfrage Industrie
Kapitalstock Anlagen & Kapitalstock Bauten	BFS, Nichtfinanzieller Nettokapitalstock
Erwerbstätige (Inlandkonzept) in Vollzeitäquivalenten	BFS, Erwerbstätigenstatistik
Erwerbsbevölkerung in Vollzeitäquivalenten	Residual bzw. BFS Bevölkerungsszenarien
Lohnindex	BFS, Schweizerische Lohnindex

## 2. EK-Methode

Havik et al. (2014) beschreiben detailliert die von der Europäischen Kommission verwendete Methode zur Berechnung des Produktionspotenzials. In ihrem Papier «Estimating the Potential Output for Switzerland using the Methodology of the European Commission» wenden Glocker C. und Kaniovski S. (2020) die Methode auf die Schweiz an. Die Methode basiert auf zwei getrennten Schätzungen, einerseits der NAWRU und andererseits des Produktivitätstrends. Als Produktionsfunktion wird folgende Cobb-Douglas-Funktion (in logarithmierter Form) angenommen:<sup>32</sup>

$$BIP_t = TFP_t * L_t^\alpha * K_t^{(1-\alpha)}$$

Die Schätzung des Produktionspotenzials beinhaltet folgende Schritte:

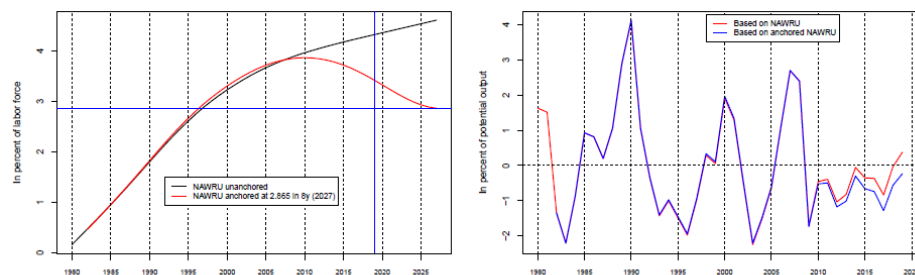
- Die totale Faktorproduktivität  $TFP_t$  wird aufgeteilt in zwei Komponenten, einerseits in die Effizienz des Faktorgebrauchs und andererseits in den Grad derer Auslastung. Erstes stellt dabei die Trendkomponente und Zweites die zyklische Komponente dar. Diese Aufteilung wird anhand der Anwendung des Kalman-Filters auf ein hier nicht näher spezifiziertes State-Space-Modell anhand einer Maximum-Likelihood-Funktion geschätzt.
- Wie bei der klassischen Produktionsfunktion werden auch bei der EK-Methode die Trends der einzelnen Bestandteile des Arbeitsvolumens geschätzt. Wiederum wird für die Partizipationsrate und die durchschnittlichen Arbeitsstunden ein HP-Filter verwendet, allerdings mit  $\lambda=10$  für Jahresdaten. Um die Randwert-Instabilität des HP-Filters zu umgehen, werden die Datenreihen jedoch zuerst mit einem ARIMA(1,1,0)-Modell um drei Datenpunkte verlängert.
- Die NAWRU wird wiederum durch die Anwendung des Kalman-Filters auf ein State-Space-Modell anhand einer Maximum-Likelihood-Funktion geschätzt. Im State-Space-Modell werden dabei die strukturellen ökonomisch-theoretische Zusammenhänge der Phillips-Kurve ausgenützt und die Veränderung der Lohninflation wird einerseits durch die zyklische Komponente der Erwerbslosenquote erklärt (State-Variable), aber andererseits auch in Bezug zu verschiedenen exogenen Variablen gesetzt, wie bspw. den «Terms of Trade», der Arbeitsproduktivität oder den Anteil des Arbeitseinkommens am Gesamteinkommen.
- Der NAWRU-Anker spielt eine wichtige Rolle in der Schätzung der NAWRU. Der Anker bezeichnet das Level der NAWRU, welches diese nach x Jahren erreichen soll und muss der Schätzung zugefügt werden.<sup>33</sup> In der Anwendung auf die Berechnung des K-Faktors birgt dieser Anker besondere Aufmerksamkeit, da seine Wahl direkten Einfluss auf den rechten Rand der Schätzung hat, welche den K-Faktor determiniert. Glocker C.

<sup>32</sup> Dies ist die gleiche Cobb-Douglas-Produktionsfunktion, jedoch nicht logarithmiert, wie auch bei der klassischen Produktionsfunktion.

<sup>33</sup> Theoretisch könnte eine Schätzung des NAWRU-Ankers auch automatisiert werden, wenn die Schätzung auf strukturelle erklärende Variablen beruht. Allerdings könnte ein solches Umsetzungsverfahren verschiedene Problematiken aufwerfen.

und Kaniovski S. (2020, S. 33) schreiben dazu:

«It is important to emphasize that anchoring may change the in-sample NAWRU estimate and, consequently, also the estimate of potential output and the output gap. The effect of anchoring on historical NAWRU estimates depends on the difference between the current value of the NAWRU and the anchor, but also on the proximity of the convergence point to the most recent sample point. In general, the smaller the difference and the further away the convergence point, the smaller the effect of anchoring on the in-sample fit would be. The effect of anchoring on the estimate of potential output and the output gap can be substantial, as illustrated in the right panel for the output gap.» Beigefügte die Grafik aus Glocker C. und Kaniovski S. (2020).



The left panel compares a constrained (anchored) NAWRU projection (red) to its unconstrained counterpart (black). The constrained NAWRU projection is set to converge to the estimated anchor value of 2,865 in 8 years (2020-2027), after which it remains constant at that value. Note that imposing the constraint may change the in-sample estimates of the NAWRU. The smaller the difference between the current value of the NAWRU and its anchor, and the further away the convergence point is in time, the smaller is the effect of anchoring. The effect of this change on the output gap is shown in the right panel. The actual unemployment rates were taken from AMECO.

- Die Schätzungen der NAWRU und der totalen Faktorproduktivität werden anschließend anhand der Cobb-Douglas Produktionsfunktion und den Inputdaten Arbeitsvolumen und Kapitalstock (unverändert) zum Produktionspotenzial aggregiert.

Für die rekursive Berechnung der EK-Methode traten ähnliche Problematiken hervor wie bei der klassischen Produktionsfunktion, insbesondere das Unwissen über Annahmen, welche früher getroffen worden wären. In der klassischen Produktionsfunktion betraf diese Problematik vor allem die Time-Trends. In der EK-Methode müssen jedoch keine Annahmen bezüglich Time-Trends getroffen werden, da die totale Faktorproduktivität durch eine State-Space-Modell geschätzt wird. Jedoch kommt die Problematik bei der Schätzung des NAWRU-Ankers besonders stark zum Vorschein. Für die rekursive Berechnung wurde stets derselbe NAWRU-Anker von 3.93 gewählt, wie er heute verwendet wird. Historisch gesehen würde jedoch der Anker wohl tiefer geschätzt worden sein, da die Erwerbslosenquote in den letzten 20 Jahren eher tiefer war als heute (zumindest von einer strukturellen NAWRU-Perspektive) und von den 1980-2000 klar tiefer. So schätzen bspw. Glocker C. und Kaniovski S. (2020) anhand einem Sample mit 13 EU-Ländern über den Zeitraum 1985-2005 ein NAWRU-Anker von 2.87. Die Verwendung eines eher zu hohen Ankers führt dazu, dass sich die NAWRU am rechten Rand bereits zu ihrem Anker hinbewegt und somit am rechten Rand ein zu tiefes Produktionspotential anzeigt. Da in der rekursiven Berechnung immer nur der rechte Rand interessiert, wird das angezeigte rekursive Produktionspotenzial eher unterschätzt. Dies ist insofern wichtig, als das die Resultate der rekursiven Berechnung der EK-Methode bereits ein relativ konstant hohes Produktionspotenzial anzeigen, welches also tendenziell mit plausibleren NAWRU-Anker noch höher ausfallen würde.

In ihrem Papier fassen Glocker C. und Kaniovski S. (2020) ihre Erkenntnisse folgendermassen zusammen: «Die Schätzungen nach der Produktionsfunktionsmethode sind anfälliger für Revisionen als mit Zeitreihenfiltern extrahierte Trends. Im Gegensatz zur Produktionsfunktionsmethode bieten Filter jedoch keinen Einblick in die Determinanten des Wirtschaftswachstums. [...] Die EK-Methode liefert plausible empirische Ergebnisse für die Schweiz. Die Schätzungen des Produktionspotenzials sind nicht übermässig prozyklisch, und die Produktionslücke spiegelt die wichtigsten Phasen des Schweizer Konjunkturzyklus wider. Beiden Kennzahlen eignen sich zur Messung von Konjunkturschwankungen in der Schweiz und für mittel- und langfristige Prognosen auf der Grundlage ökonometrischer Schätzungen des Produktivitätstrends und der gleichgewichtigen Arbeitslosenquote.»

Die Inputvariablen welche für eine Schätzung mit der EK-Methode benötigt werden sind folgend aufgelistet.

Bezeichnung	Quelle
Kapazitätsauslastung in der Industrie (Auslastung der technischen Produktionskapazitäten)	KOF, Konjunkturumfrage Industrie
Kapitalstock Anlagen & Kapitalstock Bauten	BFS, Nichtfinanzieller Nettokapitalstock
Arbeitnehmerentgelte	SECO, BIP Quartalsschätzung
Arbeitnehmende (Inlandkonzept), Umrechnung in Vollzeitäquivalente gemäss SECO	BFS, Erwerbstätigenstatistik
Erwerbstätige (Inlandkonzept) in Vollzeitäquivalenten	BFS, Erwerbstätigenstatistik
Erwerbsbevölkerung in Vollzeitäquivalenten	Residual bzw. BFS Bevölkerungsszenarien
reales BIP sporteventbereinigt	SECO, BIP Quartalsschätzung
nominales BIP sporteventbereinigt	SECO, BIP Quartalsschätzung
Vorjahresteuering gemessen am BIP-Deflator sporteventbereinigt	SECO, BIP Quartalsschätzung
Vorjahresteuering gemessen am Landesindex der Konsumentenpreise	BFS, LIK
Ständige Wohnbevölkerung ab 15 Jahre	BFS, Bevölkerungsstatistik und BFS, Bevölkerungsszenarien
Erwerbslosenquote	BFS, Erwerbslosenstatistik gemäss ILO
Tatsächliches jährliches Arbeitsvolumen, Total	BFS, Arbeitsvolumenstatistik
Jahresarbeitszeit in Stunden pro Vollzeitstelle	BFS, Erwerbstätigenstatistik
NAWRU-Anker	Der Wert wird in einer Panel-Schätzung von Ländern der EU und der Schweiz gemäss EK-Methode ermittelt. Panel-Dataset aus Schweiz und EU15-Länder: <ul style="list-style-type: none"> <li>• NAWRU: AMECO</li> <li>• TFP: AMECO</li> <li>• Steuerbelastung der Arbeit: OECD-SPIDER</li> <li>• Grad der Gewerkschaftsdichte: OECD-SPIDER</li> <li>• Ersatzquote für Arbeitslosenunterstützung: OECD-SPIDER</li> <li>• Ausgaben für aktive arbeitsmarktpolitische Massnahmen: OECD-SPIDER</li> <li>• Beschäftigung im Baugewerbe in % der Beschäftigung insgesamt: BFS, Beschäftigungsstatistik (Besta)</li> <li>• Realzins: OECD-SPIDER und OECD-MEI</li> </ul>

### Hauptunterschiede zwischen der klassischen Produktionsfunktion und der EK-Methode

Einer der Hauptunterschiede der beiden Methoden ist der theoretische Ansatz wie technischer Fortschritt modelliert wird. In der klassischen Produktionsfunktion wird ein «labour-augmenting technological process» modelliert, was bedeutet, dass die Modellstruktur Kapital, insbesondere die Kapazitätsauslastung, nicht mit technischem Fortschritt in Verbindung gebracht wird. In der EK-Methode hingegen wird technischer Fortschritt als totale Faktorproduktivität aufgefasst. Dementsprechend fliesst die Inputvariable Kapazitätsauslastung auch in die Schätzung der TFP ein.

	Klassische Produktionsfunktion	EK-Methode
<b>TFP / Arbeitsproduktivität</b>	Theoretisch wird nicht die TFP modelliert, sondern die Arbeitsproduktivität (Labor Efficiency). Die Arbeitsproduktivität wird durch lineare Trends approximiert.	Verwendung eines State-Space-Modells, welches den Trend der totalen Faktorproduktivität filtert unter Einbezug der Inputvariable Kapazitätsauslastung.
<b>NAWRU</b>	Kleines State-Space-Modell	Grosses State-Space-Modell unter Einbezug von verschiedenen ökonomisch-theoretischen Überlegungen in Bezug zur Phillips-Kurve.
<b>Arbeitseinkommen<sup>34</sup></b>	Wird im Modell mit OLS geschätzt.	Als 0.65 angenommen (in etwa langjähriger Durchschnitt)
<b>Kapazitätsauslastung</b>	Wird mit dem Kapitalstock multipliziert.	Läuft in die Berechnung der TFP ein.

<sup>34</sup> Damit wird Anteil des Einkommens aus Arbeit am gesamten Einkommen bezeichnet. In den beiden Produktionsfunktionen ist dies der zentrale Parameter  $\alpha$  (alpha) der auch die Produktionselastizität der beiden Faktoren misst (Artefakt der Modellierung durch eine Cobb-Douglas-Produktionsfunktion).

# EK-Excel-Interface

Folgend wird kurz das EK-Excel-Interface gezeigt.

## a. NAWRU-Schätzung

Parametereinstellungen für die Schätzung der NAWRU. Der NAWRU-Anker ist auf 3.93 gesetzt und die Annahme wird getroffen, dass die Erwerbslosenquote in 7 Jahren auf diesen Wert konvergiert.

Die Parametereinstellungen unter «Model specification» und «Parameter constraints» betreffen das State-Space Modell mit der eingebetteten Phillips Kurve.

BAYESIAN INFERENCE  
 MAXIMUM LIKELIHOOD

**Program GAP v.5.0 February 2018**

### Estimation and forecasting

First observation	1980
Last observation	2023
Number of forecasts	30
Output location	C:\EFV\GAP50EXE
Trend anchor / Horizon	3.93   7
Uncentering (only forward)	0

### Recursive estimation

Rolling estimates	N
Start at previous optimum	N
Starting point	2000

### Break in innovation variances

Enable break	N
Time of break	1993

### Model specification

	<input checked="" type="checkbox"/> 1st series	<input type="checkbox"/> 2nd series	<input type="checkbox"/> 3rd series
Trend model	2nd order RW	1st order RW	1st order RW
Cycle AR order	2	2	0
Exog to trend/cycle	0	0	0
<input checked="" type="checkbox"/> Phillips curve <span style="margin-left: 100px;"><input checked="" type="checkbox"/> ARMAX</span> <span style="margin-left: 100px;"><input type="checkbox"/> RegARMA</span>			
	<input checked="" type="checkbox"/> Backward	AR order	MA order
	<input type="checkbox"/> Forward	0	0
			# of exogenous
			10
	Endog 1st series	Endog 2nd series	Endog 3rd series
Intercept	On Phillips curve		
Cycle	lags 0 - 1	None	None

### Parameter constraints

Set default	1st series		2nd series		3rd series		Phillips curve		
	LB	UB	LB	UB	LB	UB	LB	UB	
Damping coeff	0	0	0	0	0	0	Intercept	-1	1
Slope mean	0	0	0	0	0	0	AR(1)	0	0.00
AR(1)	-1.96	1.96	0	0	0	0	AR(2)	0	0
AR(2)	-0.97	0.97	0	0	0	0	MA(1)	0	0.00
Trend shocks var	0.000	0.267	0	0	0	0	MA(2)	0	0
Slope shocks var	0.000	0.267	0	0	0	0	MA(3)	0	0
Cycle shocks var	0.000	0.267	0	0	0	0	Idiosync var	1.00E-08	2.11E-04
Cycle lag 0	-2	2	-3	3	-3	3			
Cycle lag 1	-2	2	-3	3	-3	3			
Cycle lag 2	0	0	-3	3	-3	3			
Cycle lag 3	0	0	-3	3	-3	3			
Cycle lag 4	0	0	-3	3	-3	3			
Exogenous variables									
Exog (1)	0	0	0	0	0	0	Exog (1)	-3	3
Exog (2)	0	0	0	0	0	0	Exog (2)	-3	3
Exog (3)	0	0	0	0	0	0	Exog (3)	0	0
Exog (4)	0	0	0	0	0	0	Exog (4)	0	0
Exog (5)	0	0	0	0	0	0	Exog (5)	0	0
Exog (6)	0	0	0	0	0	0	Exog (6)	0	0
Exog (7)	0	0	0	0	0	0	Exog (7)	0	0
Exog (8)	0	0	0	0	0	0	Exog (8)	0	0
Exog (9)	0	0	0	0	0	0	Exog (9)	0	0
Exog (10)	0	0	0	0	0	0	Exog (10)	-3	3

## b. Totale Faktorproduktivität (TFP)-Schätzung

Parametereinstellungen für die Schätzung der TFP. In dieser Schätzung mussten keine Annahmen bezüglich der zukünftigen Entwicklung der TFP getroffen werden. Die EK-Methode wurde in diesem Bericht ausschliesslich rekursiv bis zum heutigen Rand geschätzt.

Die Parametereinstellungen unter «Model specification» und «Parameter constraints» betreffen das State-Space Modell anhand dessen der Trend der totalen Faktorproduktivität geschätzt wird.

**Program GAP v.5.0 February 2018**

BAYESIAN INFERENCE  
 MAXIMUM LIKELIHOOD

RUN

### Estimation and forecasting

First observation	1980
Last observation	2021
Number of forecasts	30
Output location	C:\EFV\GAP50EXE
Trend anchor / Horizon	3.93   -1
Uncentering (only forward)	0

### Recursive estimation

Rolling estimates	N
Start at previous optimum	N
Starting point	2000

### Break in innovation variances

Enable break	N
Time of break	1993

### Model specification

	<input checked="" type="checkbox"/> 1st series	<input type="checkbox"/> 2nd series	<input type="checkbox"/> 3rd series
Trend model	2nd order RW	1st order RW	1st order RW
Cycle AR order	2	2	0
Exog to trend/cycle	0	0	0
<input checked="" type="checkbox"/> Phillips curve	<input checked="" type="checkbox"/> ARMAX	<input type="checkbox"/> RegARMA	
<input checked="" type="checkbox"/> Backward	AR order	MA order	# of exogenous
<input type="checkbox"/> Forward	2	1	0
Intercept	On Phillips curve	Endog 1st series	Endog 2nd series
Cycle	lags 0 - 4	None	None

### Parameter constraints

Set default	1st series		2nd series		3rd series		Phillips curve		
	LB	UB	LB	UB	LB	UB	LB	UB	
Damping coeff	0	0	0	0	0	0	Intercept	-0.1	0.1
Slope mean	0	0	0	0	0	0	AR(1)	-1.96	1.96
AR(1)	-1.96	1.96	0	0	0	0	AR(2)	-0.97	0.97
AR(2)	-0.97	0.97	0	0	0	0	MA(1)	-3	3.00
Trend shocks var	0.000	0.000	0	0	0	0	MA(2)	0	0
Slope shocks var	0.000	0.000	0	0	0	0	MA(3)	0	0
Cycle shocks var	0.000	0.000	0	0	0	0	Idiosync var	1.00E-08	8.25E-04
Cycle lag 0	-2	2	-3	3	-3	3			
Cycle lag 1	-2	2	-3	3	-3	3			
Cycle lag 2	-2	2	-3	3	-3	3			
Cycle lag 3	-2	2	-3	3	-3	3			
Cycle lag 4	-2	2	-3	3	-3	3			
Exogeneous variables									
Exog (1)	0	0	0	0	0	0	Exog (1)	0	0
Exog (2)	0	0	0	0	0	0	Exog (2)	0	0
Exog (3)	0	0	0	0	0	0	Exog (3)	0	0
Exog (4)	0	0	0	0	0	0	Exog (4)	0	0
Exog (5)	0	0	0	0	0	0	Exog (5)	0	0
Exog (6)	0	0	0	0	0	0	Exog (6)	0	0
Exog (7)	0	0	0	0	0	0	Exog (7)	0	0
Exog (8)	0	0	0	0	0	0	Exog (8)	0	0
Exog (9)	0	0	0	0	0	0	Exog (9)	0	0
Exog (10)	0	0	0	0	0	0	Exog (10)	0	0

## Annexe IX : Multivariate Filter

Die hier verwendeten Multivariaten Filter basieren auf den von Stalder (2020b) entwickelten State-Space-Modelle. Ein State-Space-Modell besteht aus State-Gleichungen («transition equation»), die die Veränderung von nicht direkt beobachtbaren Variablen – welche als State-Variable bezeichnet werden (bspw. Potentialoutput oder NAWRU) – beschreiben; und aus Beobachtungsgleichungen («measurement equation»), welche die Beobachtungsvariablen (bspw. Output oder Erwerbslosenquote) in Bezug zu den State-Variablen setzen.<sup>35</sup> Wir schätzen vier verschiedene State-Space-Modelle, welche sich darin unterscheiden, dass sie auf unterschiedlichen Inputvariablen und ökonomisch-theoretischen Zusammenhänge basieren:<sup>36</sup> i) PIB et Kapazitätsauslastung (SSD), ii) PIB et Erwerbslosenquote (SSU), iii) PIB et Inflationsrate (SSP), et finalement iv) cumule toutes ces séries en ajoutant au PIB le Kapazitätsauslastung, Erwerbslosenquote et Inflationsrate (SSDUP). Nous calculons sur des données trimestrielles plutôt qu'annuelles. Ceci signifie que les résultats doivent être annualisés pour calculer le coefficient  $k$  pour une année donnée. Comme pour les filtres univariés, le choix de la taille des séries (window) est aussi un paramètre de la méthode.

Mit einer Maximum-Likelihood berechnete State-Space-Modelle können Konvergenzproblemen ausgesetzt sein. Deswegen ist die Wahl der Initialkonditionen besonders wichtig. Diese werden einerseits aus ökonomischen Überlegungen und Konvention getroffen, wie etwa die Wahl von  $\lambda=1600$ , gemäss der gängigen Parametrisierung des HP-Filters für Quartalsreihen, aus den Daten geschätzt, oder so gesetzt, dass sie Maximierung der Likelihood-Funktion begünstigen. Anhand einer knappen Darstellung des State-Space-Modells SSDUP soll nun unser Vorgehen bei der rekursiven Berechnung illustriert und die damit verbundenen Problematiken aufgezeigt werden.

Das SSDUP-Modell beinhaltet folgende Beobachtungsgleichungen:

$$\begin{aligned}\log(bip_t) &= \log(trend_t) + \varepsilon_{1,t} \\ ka_t &= c_1 + c_2 * gap_t + \varepsilon_{2,t} \\ elq_t &= c_3 + c_4 * gap_t + \varepsilon_{3,t} \\ i_t &= c_5 + c_6 * i_{t-1} + c_7 * t + c_8 * gap_t + \varepsilon_{4,t}\end{aligned}$$

Wobei *trend* das BIP-Trend, *ka* die Kapazitätsauslastung, *gap* die Outputlücke, *elq* die Erwerbslosenquote, *i* die Inflation und *t* einen Time-Trend darstellt. Weiter sind  $c_1$  bis  $c_8$  zu schätzende Koeffizienten und  $\varepsilon$  sind Schock-Terme, welche einer Normalverteilung folgen deren Mittelwert Null ist und deren Varianz entweder im Modell geschätzt wird oder die durch ökonomisch-theoretische Überlegungen festgelegt werden (bspw.  $\lambda=1600$ ). Die State-Gleichungen sind:

$$\begin{aligned}\log(trend_t) &= \log(trend_{t-1}) + trend\_wachstum_t \\ trend\_wachstum_{t+1} &= trend\_wachstum_t + \varepsilon_{5,t} \\ gap_t &= \varepsilon_{1,t}\end{aligned}$$

Mit der Wahl von  $\lambda$  wird die relative Varianz der Schock-Terme  $\varepsilon_{1,t}$  und  $\varepsilon_{5,t}$  bestimmt,  $\lambda = \frac{var(\varepsilon_1)}{var(\varepsilon_5)}$ , und somit festgelegt wie stark das Trend-BIP dem BIP folgt.<sup>37</sup>

<sup>35</sup> Siehe Harvey (1989) für eine detaillierte Auseinandersetzung.

<sup>36</sup> Vgl. Stalder (2020b). Zur Schätzung wird ein Kalman Filter verwendet, welcher anhand einer Maximum-Likelihood-Funktion iterativ ausgewertet wird, wobei bei jeder Iteration die Startwerte der Parameter in Richtung ihres Gradienten bezüglich der Maximum-Likelihood-Funktion verändert werden. Der Kalman Filter ist eine rekursive Prozedur zur optimalen Schätzung der State-Variablen zu einem Zeitpunkt  $t$ , basierend auf den zu diesem Zeitpunkt  $t$  zur Verfügung stehenden Informationssätzen.

<sup>37</sup> Stalder (2020b) zeigt, dass der HP-Filter als univariates State-Space-Modell dargestellt werden kann.



## Annexe X : Filtre linéaire univarié optimal

Nous cherchons le filtre univarié linéaire qui, appliqué à une série  $x$  récursivement sur une fenêtre allant de  $t-N$  à  $t$  (comprenant donc  $N+1$  points), donne un trend  $\tau_t$  qui minimise la fonction de coût suivante:

$$\min_{\tau} \left\{ \sum_{t=0}^{N+1} (x_t - \tau_t)^2 + \lambda \sum_{t=1}^N [(\tau_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1})]^2 \right\}$$

Comme c'est la fonction de coût que le filtre HP minimise ex-post nous nommons OLUFHPR( $\lambda$ ;N) ce filtre optimal : Optimal Linear Univariate Filter HP Recursive. Soulignons qu'il s'agit ici d'une minimisation en application récursive. Nous cherchons ce filtre optimal sur une série ayant la forme d'une marche d'escalier avec l'espoir que le meilleur filtre sur une marche d'escalier restera bon sur une série pouvant être considérée comme une somme de marches d'escaliers.

### 1. Série ayant la forme d'une marche d'escalier

Nous considérons le cas où la série sur laquelle le filtre est appliqué suit une marche d'escalier démarrant au niveau 1 pour descendre en  $t=0$  au niveau 0.<sup>38</sup>

#### Pourquoi s'intéresser à une série en forme d'une marche d'escalier ?

On s'intéresse à une série en forme d'une marche d'escalier parce que c'est un cas particulièrement simple à partir duquel on peut espérer reconstruire tous les autres. En effet, toute série annuelle (ou toute série partout discontinue) peut être écrite comme une somme de marches d'escalier. Or le trend d'un filtre linéaire sur une somme de marche d'escaliers est la somme des trends sur les différentes marches.

#### Calcul du trend

Pour calculer le OLUFHPR( $\lambda$ ;N) sur une marche d'escalier, nous cherchons un filtre dont le trend au temps  $F_t[x] = \tau_t = \sum_{j=0}^N [\theta_j x_{t-N+j}]$  est tel que :

a) Le trend d'une droite = la droite<sup>39</sup>

$$\begin{aligned} F_t[a * t + b] &= a * t + b \\ \Leftrightarrow \sum_{j=0}^N \theta_j &= 1 \text{ et } \sum_{j=0}^N [j * \theta_j] = N \end{aligned}$$

b) La fonction de coût est minimisée. Pour cela il faut d'abord remarquer que dans le cas de la marche d'escalier donnée par

$$\begin{cases} x_j = 1 \text{ si } j < 0 \\ x_j = 0 \text{ si } j \geq 0 \end{cases}$$

<sup>38</sup> Dans le cadre du calcul du coefficient PIB trend pour le frein à l'endettement, cette série peut être le PIB effectif ou le ln(PIB effectif). Comme nous le verrons en Annexe XI, l'avantage d'appliquer directement sur le PIB effectif est que l'output gap moyen d'une marche d'escalier sera nul (alors que c'est le gap moyen du ln qui sera nul si nous appliquons le filtre sur le ln du PIB). L'inconvénient est que l'output gap sera constamment positif si le PIB effectif suit une exponentiel (alors qu'il sera constamment nul si le filtre est appliqué sur le ln du PIB).

<sup>39</sup>  $a * t + b = F_t[a * t + b] = \sum_{j=0}^N \{\theta_j [a * (t - N + j) + b]\} = a \{(t - N) \sum_{j=0}^N [\theta_j] + \sum_{j=0}^N [\theta_j * j]\} + b \sum_{j=0}^N \theta_j \Rightarrow \sum_{j=0}^N \theta_j = 1 \text{ et } \sum_{j=0}^N [j * \theta_j] = N$

alors (en supposant que  $\sum_{j=0}^N \theta_j = 1$ , ce qui est le cas si le trend d'une droite = la droite)

$$\tau_t = F_t[x] = \begin{cases} 1 & \text{si } t < 0 \\ 1 - \sum_{j=N-t}^N \theta_j & \text{si } 0 \leq t \leq N \\ 0 & \text{si } t \geq N \end{cases}$$

A partir de  $t = N$  (compris), le trend est égal à la série sur laquelle le filtre est appliqué.

Le carré de l'output gap au temps  $t$  est donné par  $(x_t - \tau_t)^2 = [0 - (1 - \sum_{k=N-t}^N \theta_k)]^2 = (1 - \sum_{k=N-t}^N \theta_k)^2 = (\sum_{k=0}^N \theta_k - \sum_{k=N-t}^N \theta_k)^2 = (\sum_{k=0}^{N-t-1} \theta_k)^2$ .

La somme des carrés des output gaps est donc :

$$\sum_{t=0}^{N-1} \left( \sum_{k=0}^{N-j-1} \theta_k \right)^2$$

En ce qui concerne la croissance du trend, notons que pour  $0 \leq t \leq N$

$$\tau_t - \tau_{t-1} = -\sum_{j=N-t}^N \theta_j + \sum_{j=N-(t-1)}^N \theta_j = \theta_{N-t} \text{ et } \tau_{t+1} - \tau_t = \theta_{N-t-1}$$

Donc pour  $0 \leq t \leq N - 1$  :

$$[(\tau_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1})]^2 = [\theta_{N-t-1} - \theta_{N-t}]^2$$

Par contre, les deux extrêmes  $t = -1$  et  $t = N$  impliquent des termes faisant intervenir la croissance nulle du trend avant le choc ou après que le trend aie rejoint la série sur laquelle le filtre est appliqué :  $[(\tau_{-1+1} - \tau_{-1}) - (\tau_{-1} - \tau_{-1-1})]^2 = [\theta_{N-0} - 0]^2 = \theta_N^2$  et  $[(\tau_{N+1} - \tau_N) - (\tau_N - \tau_{N-1})]^2 = [0 - \theta_{N-N}]^2 = \theta_0^2$

La fonction de coût à minimiser est donc :

$$\text{MIN}_{\{\theta_j\}_{j=0}^N} \left[ \theta_N^2 + \theta_0^2 + \sum_{j=1}^N (\theta_j - \theta_{j-1})^2 + \gamma \sum_{j=0}^{N-1} \left( \sum_{k=0}^{N-j-1} \theta_k \right)^2 \right]$$

$\theta_N^2 + \theta_0^2 + \sum_{j=1}^N (\theta_j - \theta_{j-1})^2$  est la composante de la fonction de coût reflétant la volatilité du trend. Les termes  $\theta_0^2$  et  $\theta_N^2$  prennent en compte la seconde différence aux extrémités de  $[0;N]$ , la première différence du trend étant nulle en dehors de cet intervalle.

$\sum_{j=0}^{N-1} (\sum_{k=0}^{N-j-1} \theta_k)^2$  est la composante concernant l'écart entre le trend et la série sur laquelle le filtre est appliqué où  $\gamma = \frac{1}{\lambda}$ .

Il s'agit donc de résoudre le problème suivant :

$$\begin{aligned} & \text{MIN}_{\{\theta_j\}_{j=0}^N} \left[ \theta_N^2 + \theta_0^2 + \sum_{j=1}^N (\theta_j - \theta_{j-1})^2 + \gamma \sum_{j=0}^{N-1} \left( \sum_{k=0}^{N-j-1} \theta_k \right)^2 \right] \\ & \text{st:} \\ & \sum_{j=0}^N \theta_j = 1 \\ & \sum_{j=0}^N [j * \theta_j] = N \end{aligned}$$

### Solution

La solution est donnée par (les démonstrations seront livrées dans un papier ultérieur) :

$\gamma = 0$  (le smoothing parameter  $\lambda$  est  $\infty$ )

$$\theta_k = \beta_0 + \alpha_1 k + \alpha_2 k^2 + \alpha_3 k^3$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \Omega_1 \\ \Omega_2 \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ N \end{bmatrix}$$

où

$$A = \begin{bmatrix} 2 & N & N^2 & N^3 & N+1 & \frac{N(N+1)}{2} \\ N & N(N+1) & N^2(N+1) & N^3(N+1) & \frac{N(N+1)}{2} & \frac{1}{6}N(N+1)(2N+1) \\ N^2 & N^2(N+1) & N \left[ N^3 + \frac{(2N-1)(2N+1)}{3} \right] & N^2 \left( N^3 + \frac{3N^2-1}{2} \right) & \frac{1}{6}N(N+1)(2N+1) & \frac{1}{4}N^2(N+1)^2 \\ N^3 & N^3(N+1) & N^2 \left( N^3 + \frac{3N^2-1}{2} \right) & N \left[ N^5 + \frac{9}{5}N^4 - N^2 + \frac{1}{5} \right] & \frac{1}{4}N^2(N+1)^2 & \frac{1}{30}N(N+1)(2N+1)(3N^2+3N-1) \\ N+1 & \frac{N(N+1)}{2} & \frac{1}{6}N(N+1)(2N+1) & \frac{1}{4}N^2(N+1)^2 & 0 & 0 \\ \frac{N(N+1)}{2} & \frac{1}{6}N(N+1)(2N+1) & \frac{1}{4}N^2(N+1)^2 & \frac{1}{30}N(N+1)(2N+1)(3N^2+3N-1) & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\gamma \neq 0$

$$\theta_k = \alpha_0 r_0^k + \alpha_1 r_1^k + \alpha_2 r_2^k + \alpha_3 r_3^k$$

où  $r_0 = \frac{2+i\sqrt{\gamma}+\sqrt{(2+i\sqrt{\gamma})^2-4}}{2}$ ,  $r_1 = \bar{r}_0$  est son complexe conjugué,  $r_2 = r_0^{-1}$  et  $r_3 = \bar{r}_0^{-1}$  (les  $r$  sont constitués d'un couple de complexes conjugués et de leur inverse) et les  $\alpha$  sont donnés par (oublions  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$ ) :

$$\begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \Omega_1 \\ \Omega_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_0(0) & f_0(1) & f_0(2) & f_0(3) & \psi_N(r_0) & \tilde{\psi}_N(r_0) \\ f_1(0) & f_1(1) & f_1(2) & f_1(3) & \psi_N(r_1) & \tilde{\psi}_N(r_1) \\ f_2(0) & f_2(1) & f_2(2) & f_2(3) & \psi_N(r_2) & \tilde{\psi}_N(r_2) \\ f_3(0) & f_3(1) & f_3(2) & f_3(3) & \psi_N(r_3) & \tilde{\psi}_N(r_3) \\ \psi_N(r_0) & \psi_N(r_1) & \psi_N(r_2) & \psi_N(r_3) & 0 & 0 \\ \tilde{\psi}_N(r_0) & \tilde{\psi}_N(r_1) & \tilde{\psi}_N(r_2) & \tilde{\psi}_N(r_3) & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ N \end{bmatrix}$$

où

$$\psi_N(x) \equiv \sum_{k=0}^N x^k = \begin{cases} \frac{1-x^{N+1}}{1-x} & \text{si } x \neq 1 \\ N+1 & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

$$\tilde{\psi}_N(x) \equiv \sum_{k=0}^N kx^k = \begin{cases} \frac{x}{1-x} \left[ \frac{1-x^N}{1-x} - x^N N \right] & \text{si } x \neq 1 \\ \frac{N(N+1)}{2} & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

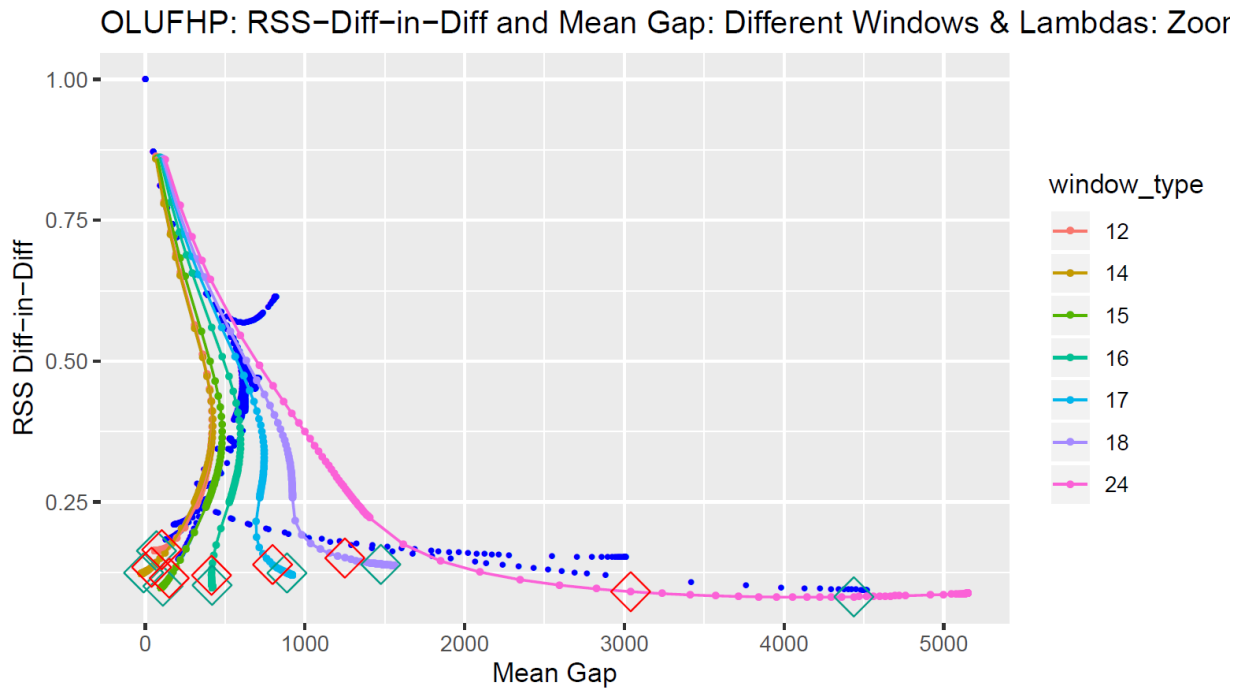
$$\begin{aligned} \Phi_N(r_i, r_j) &\equiv \sum_{k=1}^N [(r_i^k - r_i^{k-1})(r_j^k - r_j^{k-1})] = (1-r_i)(1-r_j) \sum_{k=0}^{N-1} (r_i r_j)^k \\ &= \begin{cases} (1-r_i)(1-r_j) \frac{1-(r_i r_j)^N}{1-r_i r_j} & \text{si } r_i r_j \neq 1 \\ (1-r_i)(1-r_j)N & \text{si } r_i r_j = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_i(k) &= r_i^N r_k^N + 1 + \Phi_N(r_k, r_i) + \gamma \left\{ \sum_{j=0}^{N-1} (\psi_{N-j-1}(r_k) \psi_{N-j-1}(r_i)) \right\} \\ &= r_i^N r_k^N + 1 + \Phi_N(r_k, r_i) \\ &\quad + \gamma \left\{ \frac{1}{(1-r_i)(1-r_k)} [N - r_k^N \psi_{N-1}(r_k^{-1}) - r_i^N \psi_{N-1}(r_i^{-1}) \right. \\ &\quad \left. + (r_i r_k)^N \psi_{N-1}(r_i^{-1} r_k^{-1}) \right\} \end{aligned}$$

## Résultats de l'application du filtre sur des données historiques

Voici quelques résultats sur les données historiques (même période qu'au §4.1)

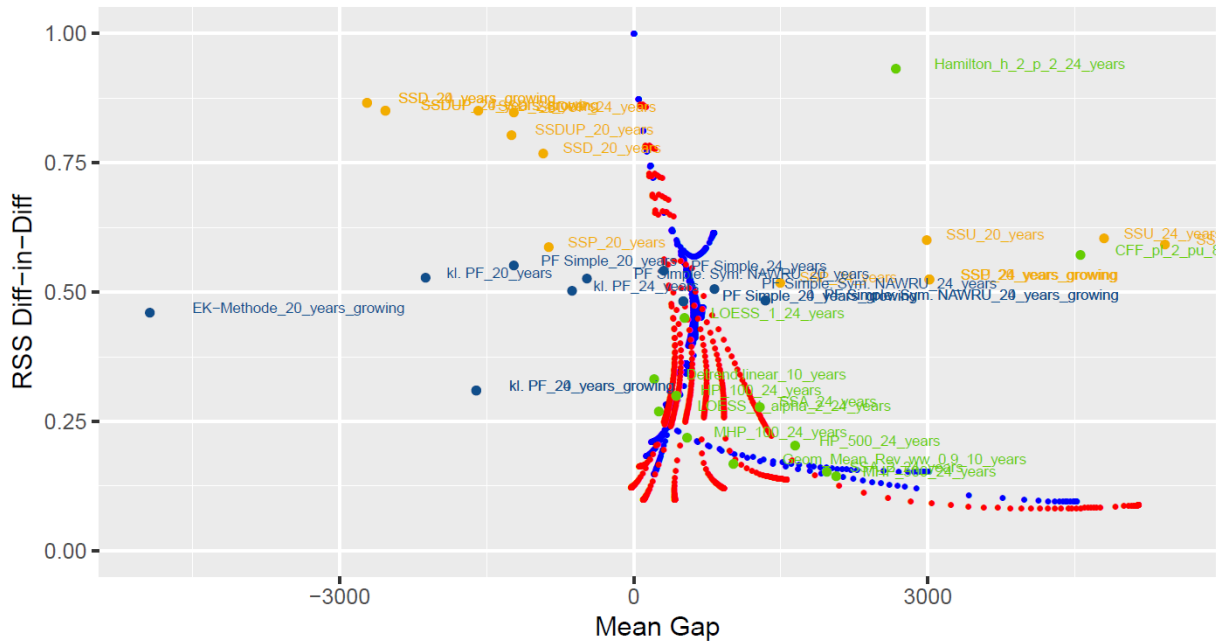
La figure suivante est analogue à la Figure 6 dans le corps du texte.



Chaque courbe correspond à une longueur de fenêtre. Les points sur une courbe diffèrent par la valeur de  $\lambda$ . L'ensemble de courbes jaunes représentent MHP. Les autres courbes représentent le filtre linéaire univarié optimal. Window-type =  $N+1$ .

**Les meilleurs parmi les filtres optimaux sont nettement meilleurs que les meilleurs MHP. En particulier, le filtre optimal pour window=15 (c-à-d  $N=14$ ) et  $\lambda = \infty$  vient très proche de l'origine.** Il domine strictement quasiment toutes les autres options dans cette figure. La figure ci-dessous montre qu'il domine même strictement toutes les méthodes étudiées dans le corps du texte.

Mean Gap and RSS Diff-in-Diff: All Methods, MHP and OLUFHP

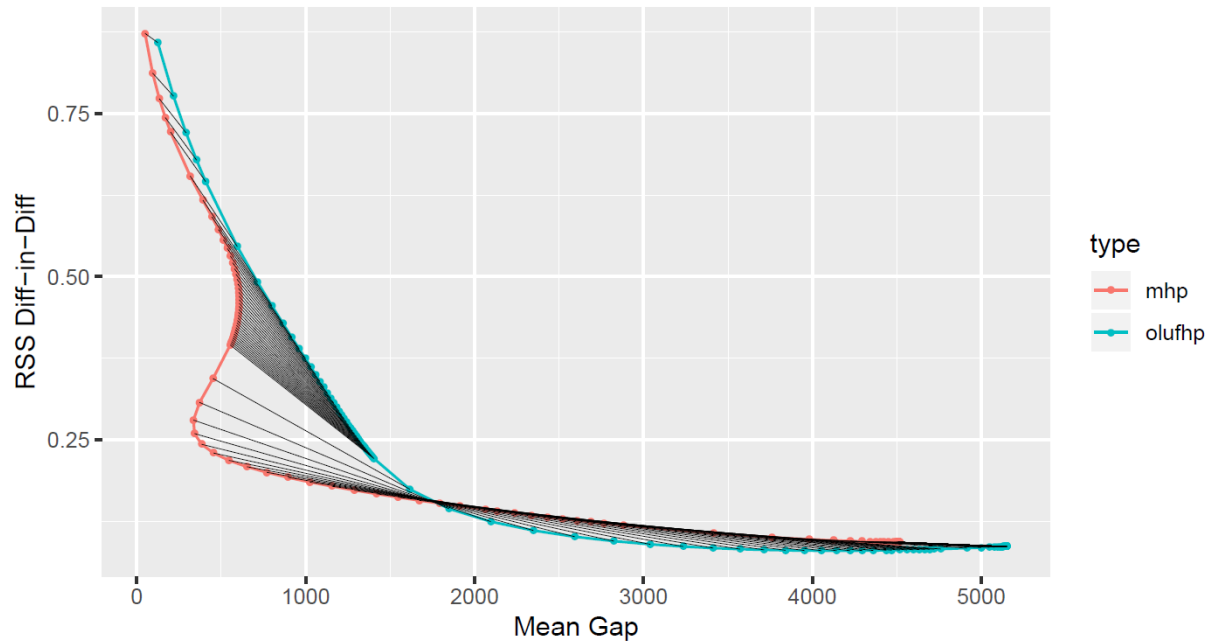


*Le point rouge le plus bas à proximité de l'origine domine est le filtre optimal pour  $N=14$  et  $\lambda = \infty$ . Il domine strictement (sur les deux axes) toutes les méthodes discutées dans le corps du texte (sauf certains MHP au sommet de l'axe vertical qui sont un peu meilleurs sur l'axe horizontal, mais beaucoup moins bon sur l'axe vertical).*

Si l'on accorde peu d'importance à l'output gap moyen, le filtre optimal avec fenêtre de plus grande taille ( $N=23$ ) peut être une option légèrement meilleure.

Une déception est toutefois que le filtre optimal n'est pas constamment strictement supérieur à MHP sur les deux critères. On peut par exemple trouver des valeurs  $\lambda$  pour lesquels MHP avec  $N=23$  n'est pas moins bon, simultanément sur les deux axes, que le filtre optimal correspondant. La figure suivante suggère toutefois que le filtre optimal conduit à un PIB trend systématiquement plus lisse que le MHP correspondant puisque le filtre optimal donne un point toujours plus bas que le MHP de même  $\lambda$ .

## OLUFHP and MHP: RSS-Diff-in-Diff and Mean Gap: Different Lambdas



*La courbe rouge représente MHP avec  $N=23$ . Différents points de cette courbe correspondent à des  $\lambda$  différents ( $\lambda$  est bas pour les points en haut à gauche et élevé pour les points en bas à droite).*

*La courbe bleue est l'équivalent pour le filtre linéaire univarié optimal avec  $N=23$ .*

*Les traits noirs relient des points correspondant au même  $\lambda$ .*

## Annexe XI : Symétrie récursive des filtres univariés linéaires

On sait que le filtre HP par exemple donne un cumul des gaps nul en application ex-post : un tel filtre est parfaitement symétrique en application ex-post sur n'importe quelle série. Il se trouve que sur une marche d'escalier les filtres univariés linéaires sont très symétriques même en application récursive : le gap cumulé devient exactement nul en un temps fini.

### Résultat

Pour une application récursive sur une marche d'escalier : tous les filtres univariés linéaires dont le trend d'une droite est cette droite donnent un gap cumulé nul en un temps fini égal à N (la taille de la fenêtre sur laquelle le filtre est appliqué).

### Preuve

Soit un filtre linéaire appliqué sur la série x avec une fenêtre de taille N (donc N+1 données dans la fenêtre). Son trend au temps est  $\tau_t = \sum_{j=0}^N [\theta_j x_{t-N+j}]$ . Nous supposons que le trend d'une droite selon ce filtre est cette même droite. Nous avons vu en Annexe X que cette contrainte implique  $\sum_{j=0}^N \theta_j = 1$  et  $\sum_{j=0}^N [j * \theta_j] = N$ .

Nous avons vu en Annexe X que si  $x_t$  est une marche d'escalier ( $x = 1$  pour  $t < 0$  et  $x = 0$  pour  $t \geq 0$ ), alors le gap  $x_t - \tau_t$  est donné par

$$x_t - \tau_t = \begin{cases} - \sum_{k=0}^{N-t-1} \theta_k & \text{pour } 0 \geq t \geq N-1 \\ 0 & \text{pour d'autres } t \end{cases}$$

Le cumul des gaps est donné par :

$$\begin{aligned} \sum_{t=0}^{N-1} (x_t - \tau_t) &= - \sum_{t=0}^{N-1} \left( \sum_{k=0}^{N-t-1} \theta_k \right) = - \sum_{j=0}^{N-1} [\theta_j (N-j)] = -N \sum_{j=0}^{N-1} \theta_j + \sum_{j=0}^{N-1} [j * \theta_j] \\ &= -N \left( -\theta_N + \sum_{j=0}^N \theta_j \right) + \left( -N\theta_N + \sum_{j=0}^N [j * \theta_j] \right) = -N(-\theta_N + 1) + (-N\theta_N + N) \\ &= 0 \end{aligned}$$

où nous avons utilisé que  $\sum_{t=0}^{N-1} (\sum_{k=0}^{N-t-1} \theta_k) = \sum_{j=0}^{N-1} [\theta_j (N-j)]$  qui se démontre simplement :

t=0	t=1	t=2	t=3	...	t=N-3	t=N-2	t=N-1
$\theta_{N-1}$				...			
$\theta_{N-2}$	$\theta_{N-2}$			...			
$\theta_{N-3}$	$\theta_{N-3}$	$\theta_{N-3}$		...			
$\theta_{N-4}$	$\theta_{N-4}$	$\theta_{N-4}$	$\theta_{N-4}$	...			
...	...	...	...	$\theta_2$	$\theta_2$		
$\theta_1$	$\theta_1$	$\theta_1$	$\theta_1$	$\theta_1$	$\theta_1$	$\theta_1$	
$\theta_0$	$\theta_0$	$\theta_0$	$\theta_0$	$\theta_0$	$\theta_0$	$\theta_0$	$\theta_0$



$\sum_{t=0}^{N-1} (\sum_{k=0}^{N-t-1} \theta_k)$  prend d'abord la somme des  $\theta$  sur chaque colonne, puis additionne ces sommes. Il est équivalent de prendre d'abord la somme sur chaque ligne, puis d'additionner ces sommes. Sur une ligne donnée, c'est toujours le même  $\theta$  qui apparaît. Ainsi dans la ligne d'en bas,  $\theta_0$  apparaît  $N$  fois. Dans la ligne juste en-dessus,  $\theta_1$  apparaît  $N - 1$  fois. Et ainsi de suite :  $\theta_j$  apparaît  $N - j$  fois. En additionnant ces sommes on obtient  $\sum_{j=0}^{N-1} [\theta_j (N - j)]$ .

### Le cas d'une série quelconque

Toute série partout discontinue peut s'écrire comme la somme de marches d'escalier d'ampléurs différentes et se produisant à des moments différents. Or le trend d'une somme est égal à la somme des trends si le filtre est linéaire. On peut donc s'attendre à ce que les propriétés sur une marche d'escalier se généralisent à une quelconque série partout discontinue.

Tel est le cas uniquement dans le sens que quelle que soit une telle série, la somme des gaps sera nulle à la fin de la série si cette série est prolongée par une constante sur  $N$  points. Chaque marche aura ainsi eu le temps d'être « digérée ». Mais l'ajout de  $N$  points constants n'est pas pertinent. On considère en effet une série donnée sur une période donnée. Les marches récentes (les  $N$  dernières) n'auront pas eu le temps d'être complètement digérées. C'est pourquoi il n'y a pas de raison que le cumul des gaps soit nul pour une série quelconque. Ce qui engendre l'asymétrie, ce n'est pas en soi le fait que la série quelconque soit constituée de plusieurs marches, mais plutôt qu'il y ait toujours de nouvelles marches.

Considérons deux filtres avec le même  $N$ . Dans les deux cas, le cumul des gaps sur une marche d'escalier sera nul en  $t+N$  (si la marche a lieu en  $t$ ). Mais si l'un des filtres se rapproche plus rapidement de zéro (dans le sens par exemple qu'il aura plus rapidement symétrisé la moitié des gaps engendrés par le choc), alors il aura aussi mieux digéré les marches en fin de série d'une série quelconque et donnera donc un cumul de gaps plus proche de 0.

Une façon d'éviter le problème des marches situées vers la fin de la période est de considérer une série infinie. On ne dispose certes généralement pas de prévisions sur un horizon infini, mais pour étudier les propriétés du filtre, on peut par exemple calculer le gap cumulé sur un horizon infini pour une série croissant exponentiellement. On obtient alors une somme infinie dont il faut se méfier. En particulier une somme infinie de zéros (la somme des gap cumulés des différentes marches d'escalier), n'est pas nécessairement égale à zéro.<sup>40</sup>

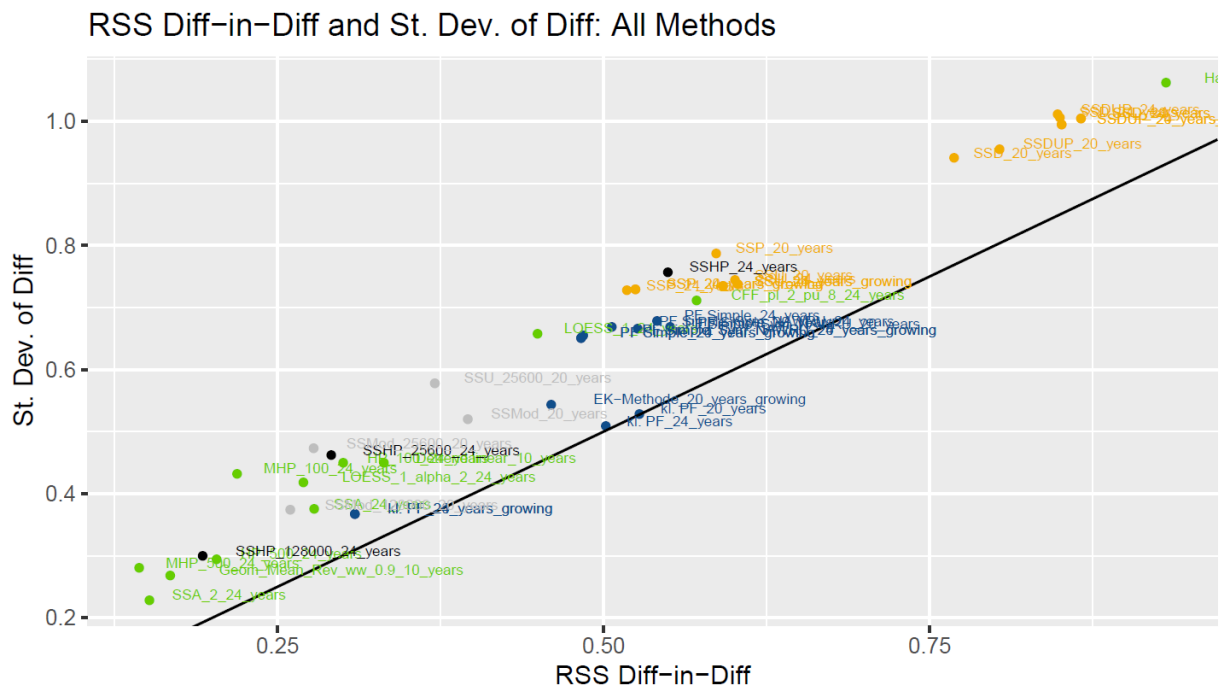
Le trend d'une droite est cette même droite. Ceci suggère que le fait que les dernières marches n'aient pas été digérées n'engendre pas nécessairement une asymétrie. Si par contre la série est constamment convexe ou constamment concave, alors les dernières marches diffèrent de la moyenne des marches toutes dans le même sens et c'est vraisemblablement pourquoi leurs impacts s'additionnent. Si une série consiste en chocs aléatoires autour d'une courbe ayant un taux de croissance constant, donc une courbe exponentielle, alors il est préférable d'appliquer le filtre non pas sur cette série, mais sur son log. Le trend d'une série exponentielle sera alors égal à la série elle-même, alors qu'une application directe du filtre sur la série exponentielle aurait donné un trend constamment inférieur à la série. Cette procédure appliquée à une série en marche d'escalier donne toutefois un cumul des gaps nuls sur le log de la série plutôt que sur la série elle-même.

---

<sup>40</sup>A titre illustratif :  $0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + \dots = (1 - 1) + (2 - 2) + (3 - 3) + (4 - 4) + (5 - 5) + \dots$   
 $= 1 - 1 + 2 - 2 + 3 - 3 + 4 - 4 + 5 - 5 + \dots$   
 $= 1 + (-1 + 2) + (-2 + 3) + (-3 + 4) + (-4 + 5) + (-5 + \dots$   
 $= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots$



## Grafik XII.2



Die Methoden liegen allesamt auf oder über der Diagonallinie (schwarze Linie). Dies besagt, dass die relative Volatilität des BIP-Trends jeder Methode unter Berücksichtigung der seriellen Korrelation der BIP-Werte (durch das Volatilitätsmass RSS Diff-in-Diff) tiefer liegt als die relative Volatilität des BIP-Trends, wenn diese serielle Korrelation nicht berücksichtigt wird (durch das Volatilitätsmass St. Dev. of Diff). Wir können also schlussfolgern, dass die zeitliche Dimension (nicht unerwartet) eine wichtige Komponente bei der Beurteilung der Volatilität spielt.

Grafik XII.3 vergrößert den unteren linken Teil der Grafik XII.2, da dort die Methoden angesiedelt sind, welche bei beiden Massen am besten abschneiden. SSA\_2\_24 wurde trotz sehr guter Stellung in dieser Grafik kaum untersucht, einerseits da es sich um eine der kompliziertesten und undurchsichtigsten univariaten Methoden handelt, andererseits da diese Methode beim Kriterium der Symmetrie jeweils ähnlich wie der MHP\_500 liegt, welcher ebenfalls bei beiden Volatilitätsmassen gut und sogar etwas besser beim Volatilitätsmass RSS Diff-in-Diff abschneidet.



weiteren optimalen linearen univariaten Filter entwickeln, welcher das Volatilitätsmass St. Dev. of Diff minimiert, analog zur Minimierung des Volatilitätsmass RSS Diff-in-Diff durch OLUFHP.

# Références

AFF (2018), [Le frein à l'endettement](#).

Aiyar S. et S. Voigts (2019), [The Negative Mean Output Gap](#), IMF, WP/19/183.

Beljean T. et A. Geier (2013), [The Swiss Debt Brake – Has It Been a Success?](#), AFF.

Bignasca F. et E. Rossi (2007), [Applying the Hirose-Kamada filter to Swiss data: Output gap and exchange rate pass-through estimates](#), SNB.

Bloechl A. (2014), [Reducing the Excess Variability of the Hodrick-Prescott Filter by Flexible Penalization](#).

Bodmer F. (2004), «[The Swiss Debt Brake: How it works and what can go wrong](#)», Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik 2006, Vol. 142 (3) 307–330. (Bodmer travaillait à l’AFF à l’époque de la rédaction de cet article).

Botschaft zum Entlastungsprogramm 2003 für den Bundeshaushalt (EP 03) vom 2. Juli 2003, BBI 2003 5615 ff. (zit Botschaft Entlastungsprogramm)

Botschaft zur Schuldenbremse vom 5. Juli 2000, BBI 2000 4653 ff. (zit Botschaft Schuldenbremse)

Bruchez P.-A. (2003a), [A Modification of the HP Filter Aiming at Reducing the End-Point Bias](#).

Bruchez P.-A. (2003b), [Will the Swiss Fiscal Rule Lead to Stabilization of the Public Debt?](#), AFF.

Bruchez P.-A. (2003c), [Réexamen du calcul du coefficient k](#), AFF.

Bruchez P.-A. (2019), Faut-il modifier la calcul du coefficient k?, document interne AFF, 01.12.2019.

Bruchez P.-A. et C. Müller (2018b), Frein à l’endettement : volatilité du PIB potentiel, document interne AFF, 29.08.2018.

Bruchez P.-A. et C. Müller (2018a), Volatilité du PIB potentiel en l’absence d’erreurs de prévisions, document interne AFF, 27.08.2018.

Bundesministerium der Finanzen (2011), [Die Ermittlung der Konjunkturkomponente des Bundes im Rahmen der neuen Schuldenregel](#)

Colombier C. (2004), [Eine Neubewertung der Schuldenbremse](#), AFF

CF (2000), [Message sur le frein à l'endettement](#). Voir notamment le §1.9.3.1 « Calcul du facteur conjoncturel » et la « Note technique: Estimation de la tendance et de la composante cyclique du PIB ».

CF (2001), [Explications du Conseil fédéral pour la votation du 2 décembre 2001](#).

CF (2003), [Message concernant le programme d'allégement 2003 du budget de la Confédération \(PAB 03\)](#). Voir en particulier l’annexe suivante : L’estimation «correcte» du facteur conjoncturel.

CF (2013), [Die Schuldenbremse des Bundes: Erfahrungen und Perspektiven - Bericht des Bundesrates in Erfüllung der Postulate Graber Jean-Pierre \(10.4022\), Landolt \(11.3547\) und Fischer \(12.3552\)](#).

EFV et KOF (2003), [Schlussfolgerungen aus der Überprüfung des K-Faktors der Schuldenbremse](#).

Geier A. (2011), [Die Schuldenbremse des Bundes: Hintergründe und Wirkung](#), Thèse, Université de Neuchâtel.

Geier A. (2004), [Application of the Swiss Fiscal Rule to Artificial Data](#), AFF.

Glocker C. und Kaniowski S. (2020): [Estimating the Potential Output for Switzerland using the Methodology of the European Commission](#). Grundlagen für die Wirtschaftspolitik Nr. 8. Staatssekretariat für Wirtschaft SECO, Bern.

Graber J.-P. (2010), [Postulat 10.4022 - Rapport sur les effets du frein à l'endettement](#).

Hamilton J. D. (2017), [Why You Should Never Use the Hodrick-Prescott Filter](#).

Hanif M. N., J. Iqbal et M. A. Choudhary (2017), [Fully Modified HP Filter](#), State Bank of Pakistan.

Harvey A. C. (1989), Forecasting, structural time series models and the Kalman filter.

Havik, K., K. Mc Morrow, F. Orlandi, C. Planas, R. Raciborski, W. Roeger, A. Rossi, A. Thum-Thysen and V. Vandermeulen (2014), [The production function methodology for calculating potential growth rates & output gaps](#), European Economy, Economic Paper, No. 535, European Commission.

KOF (2003), [Gutachten zu ausgewählten Problemen der Schuldenbremse](#).

Martinez A. (2017), Konzept für die Berechnung des Konjunkturfaktors mit Hilfe eines Produktionsfunktionsansatzes, document interne AFF, 31.03.2017.

Müller, Ch. (2003), «[Anmerkungen zur Schuldenbremse](#)», KOF-Arbeitspapiere / Working Papers, No. 81.

Müller C. (2017), Multivariate Filter zur Bestimmung des k-Faktors, document interne AFF, 28.02.2017.

Müller C. (2018), Rekursive und prospektive Berechnung von k-Faktoren – ein Vergleich, document interne AFF, 29.08.2018.

Pigon A. et M. Ramsza (2016), [Impact of a modified HP filter on countercyclical behavior of the Swiss fiscal rule](#), Equilibrium - A Quarterly Journal of Economics and Economic Policy, vol. 11(4), p. 661-674.

Ravn M. et H. Uhlig (1997), [On Adjusting the H-P Filter for the Frequency of Observations](#), Discussion Paper 1997-50, Tilburg University, Center for Economic Research.

SECO (2019), [Potenzialwachstum, Produktionslücke und Szenarien zur BIP-Entwicklung der Schweiz](#).

Stalder P. (2020a): [Schätzung und Prognose des Potentialoutput auf Basis einer Produktionsfunktion – Theorie und Anwendung auf die Schweiz](#). Grundlagen für die Wirtschaftspolitik Nr. 9. Staatssekretariat für Wirtschaft SECO, Bern.

Stalder P. (2020b): [Univariate und multivariate Filter zur Schätzung des Potentialoutput: Theorie und Anwendungen auf die Schweiz](#). Grundlagen für die Wirtschaftspolitik Nr. 10. Staatssekretariat für Wirtschaft SECO, Bern.

Stalder P. (2020c): [Methoden der Potentialschätzung: Produktionsfunktion oder Filterverfahren? Eine vergleichende Beurteilung in der Anwendung auf die Schweiz](#). Grundlagen für die Wirtschaftspolitik Nr. 11. Staatssekretariat für Wirtschaft SECO, Bern.